

数概念の人類史の変遷に関する一考察*

—数学的‘認識形式’の意味の考究のための基礎的研究として—

宮 下 英 明**

目 次

緒 言	27	(4) 文法的範疇の数	36
I. 序論—シュマの教授/学習について	28	2-3. 組合せの数	37
1-1. シュマの被学習性と, “認識の必然性”	28	(1) 組合せ的計数	37
1-2. シュマ学習における表象学習の意義	29	(2) 組合せの数	37
1-3. シュマ教授に対する原理的示唆	30	(3) 組合せの数の概念の移り変わり	38
II. 数概念の人類史の変遷	30	(4) 組合せ的計数の限界と, 計数尺度の導入	39
2-1. 基本概念と, 研究の位置づけ	30	2-4. 計数尺度	39
(1) 計数と個数比較	30	2-5. 指計数	41
(2) 原始的数概念の研究手法	31	(1) 指計数	41
(3) 研究の位置づけ	32	(2) 指計数の発達と, 数詞の移り変わり	41
2-2. 数概念の起源	33	(3) 指計数に於ける数詞システム	42
(1) ‘比喻としての数’	33	(4) 組合せ的指計数	43
(2) 数‘1’, ‘2’に対応する‘比喻としての数’ に関して	34	2-6. 数概念の名辞化	44
(3) 事物に依存する数	35	結 語	45
		引用および参考文献	45

緒 言

数学教育学を真に学問として確立していくためには、先ずそれを確実な基礎の上に立脚させることが必要である。本研究では、この数学教育学の基礎づけという課題へのアプローチの一環として、数学の認識論的意義の問題と数学の教授/学習過程の問題の両方に関わる根本的テーマであるところの“認識形式(シュマ)の意味”を問題化することが、ねらわれている。

本研究は、数概念——但し、われわれが計数(counting)において用いている数、即ち事物の個数、の概念として——の人類史の変遷を直接的な研究対象としている。数概念の歴史は、言うまでもなく、それ自体一つの興味ある研究の対象である。筆者は、しかし本研究には、上に述べたように、数概念ばかりでなく数学的シュマ一般——〈シュマ〉は、〈概念〉を一特殊として含むものと考えることができる——の考察へと広がるような

含蓄をもたせることを、意図している。即ち、筆者は、数学的シュマの認識論的意義に関する示唆、およびシュマ教授に関する原理的示唆をそこから引き出し得るものとして、本研究を位置づけようと考える。

本研究の直接の目的は、人類の歴史における数概念の変遷を、(個人の内的経験としては実現されることのない)〈dialectic〉な‘発展’過程として示すことにある。数概念のかかる変遷の事実は、しかし、§1-1で論ずるように、われわれの数概念が相対的——“普遍的”に対する意味で——なものに過ぎないことを、同時に示唆している。そして、〈数〉のような一見基本的と思われる概念がすでに相対的であるというこの事実は、一つの社会でその成員によって受容されるシュマ——簡単に、“社会的シュマ”——一般の相対性というものを、われわれに予想させないではない。

“社会的シュマの相対性”には“数学的シュマの相対性”が含意されている。そしてこの“数学的シュマの相対性”は、第一に、数学の認識論的意義の問題と関わってくる。即ち、数学は如何な

* (昭和55年12月受理, 昭和57年3月再受理)

** 筑波大学 数学研究科

る意味において認識論的に合理的な実践と見なせるのか、数学にとってリアリティーとは何か、といった問題と本質的に関わるのである。しかし、このことについては、本論では触れない。

数学的シエマの相対性は、第二に、数学的シエマの教授/学習の問題に関わってくる。これについては、序論の中で論ずることにする。

I. 序論——シエマの教授/学習について

本研究では、数概念の人類史的変遷が〈dialectic〉な‘発展’過程であり、決して、半端な概念に累加的補足がなされていく過程というものではないことが、示される。それぞれに完結した概念が〈dialectic〉に‘発展’してきたのが、数概念の歴史である。そして数概念がこのような歴史の産物に他ならない以上、それは特に、成長に伴って‘発達’する思考が必然的に到達する概念というようなものでは、全くないのである。

さて、そこで筆者が主張したいのは、この結論が社会的シエマ——即ち、一つの社会においてその成員に受容されている認識形式(シエマ)——一般について成立つのではないかということである。即ち、筆者は、社会的シエマそれぞれの歴史の変遷が〈dialectic〉な‘発展’過程であるということ、そしてまた、それが、一個人の内的経験として再現される性質のものではないという意味で個人的経験から独立しているということ、主張しようと思う。この仮説には重要な教育的含意がある。以下、このことを論じることしよう。

1-1. シエマの被学習性と、“認識の必然性”

社会的シエマが歴史の産物として個人的経験から独立していると理解する筆者の立場は、シエマ形成の自律的な心的メカニズムというものを個人の内に想定する J. Piaget のような立場とは、相容れないものである。後者は、“普遍的”なシエマの存在を認める立場に通ずる。実際、自律的な心的メカニズムの所産としてのシエマは、普遍的でなければならない。しかし、普遍的シエマ、即ち、文化の違いを超えて凡ての人間が獲得する認識形式というものは、本当に存在するのであろうか。少なくとも数概念は、後で論じられるその歴

史的変遷が示唆するように、このようなものの一つではない。

筆者の考えでは、シエマ形成を本質的に規定するのは、社会的な課題であって、自律的な心的メカニズムといったものではない。各シエマは、何がしかの社会的課題に対処するためのものとして現象するのみである。そして、かかる課題が歴史の所産として相対的であることに応じて、社会的シエマも相対的である他ないのである。

因に、C. B. Ferster は、二匹のチンパンジーに視覚記号としての‘数詞’を学習させることを試み、ものの集まりに‘数詞’を対応させる課題が彼らにも或る程度解決可能であることを、明らかにした([6])。Ferster の報告からは、彼らが対象物の布置パターンを‘数詞’(視覚記号)の‘意味’と解していることが、はっきり読みとれる。つまり、二匹のチンパンジーは、対象物の集合から布置パターンを抽出することを覚えたわけである。しかし、彼らがここで獲得した認識形式は、Ferster の課した人為的な課題無しには、出て来る筈のなかったものである。(実際、この場合のチンパンジーの‘数概念’は、≪抽出した布置パターンに応じて適当な視覚記号を選べば(報酬としての)食物が得られる≫というコンテクストを抜きにしては無いのである。)ここが肝心な点である。そしてこれと同じことが、人間のシエマ形成について言えるであろう。

さて、社会的シエマが歴史の産物として個人的経験から独立しているということの含意の一つは、これらのシエマが初めから所与として学習されるものであり、そしてこのことに拠ってのみそれらの獲得が可能になる、ということである。結局、各シエマ達成は、どれも〈相対的〉——“普遍的”に対する意味で——な認知現象としてしかない。しかしこのように、シエマが初めから正にそのものとして学習されることによって、シエマ達成の〈必然性〉のほうは、実現されるのである。

このシエマ達成の必然性ということは、実際、“(自然)認識の必然性(Notwendigkeit)”という形で古くから哲学の認識論の問題として論じ続けられてきているものである。例えば、周知のように、Platon は‘アイデア(idea)’の概念を導入して“認

識の必然性”の説明を試み、また I. Kant は、ア・プリオリ (a priori) な認識形式なる概念を導入し、対象を認識に従わせるということによって、これを説明しようとしたのである。両者においては、このように、社会的シエマが個人的経験から独立していなければならないことがはっきり洞察されている。但し、その認識は、相対主義的なシエマの把握というものには無縁である。実際、シエマの相対性ということが明確に意識されるようになるには、シエマに関する歴史的・人類学的な研究を俟たねばならなかったであろう。

“認識の必然性”の説明で伝統的なものとしては、“認識の必然性”を“シエマの生得性”に基づかせるものがある。シエマについての〈生得性〉と〈相対性〉の二つの概念は、勿論、両立しない。したがって〈生得性〉のアイデアは、筆者の受け容れるものではない。しかしそれは、例えば Piaget や N. Chomsky の思想に見出されるように、今日でも生きている。(Piaget は、確かに、‘生得観念’というものを一応否定しているが、しかし、ある種のシエマについてはその形成を起こす自律的な心的メカニズムの存在を認め、したがってそのシエマ形成の定向性を認めることによって、実質的に‘生得観念’を認めてしまっている。)

“認識の必然性”は、実際のところ、個人的経験に対する社会的シエマの独立性を踏まえて説明されなければならない。この説明はつぎのようになされるべきである。即ち、認識の必然性は、社会的シエマが学習対象として一人一人に同じように課せられるという事実因っている、と。そして、社会的シエマの個人的経験に対する独立性は、それが〈dialectic〉な‘発展’過程としての歴史の産物であるという事実因っているのである。

1-2. シエマ学習における表象学習の意義

数学の授業で指導されるシエマは、社会の成員に受容されるべきシエマとして、今まで論じてきた“社会的シエマ”の範疇に入るものである。前節ではこの社会的シエマの被学習性ということ論じた。そこでつぎに問題とすべきことは、社会的シエマが個人の内ですべてどのように形成され

ていくのかということである。

筆者は、社会的シエマの形成で本質的なのはつぎの点であると考えている。即ち、各シエマはそれが最初から学習対象として位置づけられるような学習を通して獲得されるということ、あるいは、一つのシエマの形成が本当の意味で始まったと言えるのは、このシエマそのものの意識対象化が起こった段階からだということである。

シエマ形成は、その各時点ではシエマの特殊局面の学習でしかあり得ない。ところで、それぞれのシエマの形成が相対的な認知現象であって普遍的なものでない以上、シエマ獲得に向かってこれら特殊局面が統合される普遍的契機といったものは、想定できない。したがって、シエマの形成では、このシエマの特殊局面の学習を一つに括ってそれらを散漫化させないようにする仕組みが何かあるのでなければならない。では、それは実際どういうものなのか。

筆者の考えでは、シエマ学習は、まずそのシエマの社会的な——即ち、社会の成員が受容するところの——表象 (シエマを指示するコトバや記号など) の意識対象化・学習から始まる。そしてシエマに関する個々の学習経験が意識のうちでこの〈表象〉に繋ぎとめられることによって、学習経験全体の範疇化とそれの統合が実現されることになるのである。シエマは、こうして、その意味内容が知られる以前に、その〈表象〉を通じて意識の対象となることが出来る。そして、シエマの特殊局面についてのそれぞれの学習は、この〈表象〉に関する学習として認識されることによって、一つに括られ、バラバラになることを免れるのである。

シエマ形成は、それぞれが一時的で局部的でしかない個々の学習経験が統合されていく過程であり、したがってそれが実現されるためには、そのシエマについての個々の学習経験が意識のうちで一つの範疇のものとして括られることが必要である。そしてそのために、シエマそのものが最初から意識対象化されていなければならないのである。ところが、このことは、シエマがこれから学習されるものであり、したがって現時点では未知の内容のものであるということに、一見、矛盾す

るように見える。だが、この矛盾的構図は、以上見てきたように、シェマ形成がシェマの表象の意識対象化から入るということによって、超克されている。

ここが、肝心なところである。実際、筆者が思うに、人間の認知・学習の際立って特徴的な点は、正にこのところに存している。というのも、〈表象〉の導入を以って以上述べた学習構造上の矛盾を超克したところに、文化を対象化し、それを継承し発展させることの可能性が開けると考えられるからである。

1-3. シェマ教授に対する原理的示唆

本節では、これまで論じてきたことをもとに、シェマの教授法に関する原理的な示唆を二つ与えることにしよう。

まず、§1-1 では、個人的経験に対する社会的シェマの独立性ということ、そして、それから導かれるところの、認知現象としてのシェマ形成の相対性ということを主張した。

この二つからは、つぎのことが導かれる。即ち、シェマ形成なる認知過程は、シェマの歴史的成立過程の再現ではないし、また、子どもの‘成熟’の一現象というものでもない、ということである。特に、前者について言えば、シェマの歴史的形成過程においては、後述する数概念の歴史的変遷の場合のように、先行構造が〈dialectic〉に解消されていくと考えられるため、社会的シェマの構造はその歴史の直接的反映ではないと判断されるのである。

認知現象としてのシェマ形成は、子どもの‘成熟’やシェマの歴史によってではなく、シェマが学習の対象として現われる現実的なコンテキストによって、本質的に決定される。したがって、原理的には、シェマを分析し再構成的に表わす色々な仕方のそれぞれに応じて、シェマの教授法を案出することが可能なのである。それ故、シェマ指導は、‘成熟’を待つ性質のものではない。学習者のレディネスを慎重に配慮しながらシェマ指導の段階を進めていくことだけが、問題なのである。(ここで、〈レディネス〉は意図的な指導によって変えることのできるものであって、‘成熟’の所産

ではないということに、注意しよう。)ここに筆者は結論は、所謂“Bruner の仮説”に近いものとなる。

つぎに、前節では、以下のように主張した。即ち、シェマがその表象を通じて意識の対象となったときからシェマ形成は本当の意味で始まり、かつ、シェマについての個々の学習がこの表象についての学習ということによって範疇化されることによって、シェマ形成につながるそれらの統合というものが可能になるのである、と。

このことの教育的含意は、コトバやモデリングを通しての〈表象〉教授が、子どもにシェマ学習のレディネスを与える指導としても全く有効なものだということである。読者は、この見解が、コトバによる教授を(子どもの‘認知構造’に同化され得る限りにおいて実効するものと考えて)積極的に評価することのない Piaget の見解と対立するものであることに、注意されたい。

II. 数概念の人類史の変遷

2-1. 基本概念と、研究の位置づけ

(1) 計数と個数比較

これよりわれわれの数概念の人類史の変遷が考察されるわけであるが、ここに“数概念”というコトバの意味するものは、計数をコンテキストする数概念、即ち、〈個数〉の概念である。

数概念を問題にする場合、計数と個数比較の概念を先ず区別する必要がある。計数の概念化は、〈個数〉の概念化と同時の契機のものである。しかし、個数比較に関しては、〈個数〉の概念化そのものは、不可欠のものではない。事実、‘多い’、‘少ない’、‘同じ’の認識形式は、‘個数が多い’、‘個数が少ない’、‘個数が同じ’という認識形式である必要はないのである。〈個数比較〉の認識形式は、おそらく、人間以外の動物にも存在している。しかし、〈個数〉なるものを概念化しているのは人間だけであり、しかもある特別な文明の中の人間だけである。

歴史において〈個数比較〉の認識形式が〈個数〉の概念化に先立っているということは、疑いなくであろう。しかし、だからと言って、〈個数〉の概念を、例えば、一対一対応構成の認識形式に起

源をもつもののように考えるのは、誤りである。個数比較が〈個数〉そのものの概念化を必要としないように、一対一対応構成による個数比較——個数の相対的把握——は、計数——個数の絶対的把握——からはむしろ独立した現象である。

集合論的な数構成は、一対一対応の概念に基づく集合の対等性の概念から出発するのであるが、数概念の起こる歴史的過程をこの構成法と二重映しにして見ようとする立場が、従来から有力なものとしてある。例えば、J. Piaget もこのような立場に立っていたと見なせる ([15, p. 50])。V. パンフィロフは、この立場をつぎのようにはっきりと打出している：

“量のカテゴリーを形成する第一段階は……事物の具体的集団間の数の等しさ、すなわち均等値が決定されるという段階であった。そのときには、集団を形成する事物は1対1の関係に還元される。” ([14, p. 201])

しかし、“量のカテゴリー”の形成は、決して、この段階の延長上にあるわけではない。“集団間の数の等しさ”の決定、即ち個数比較と、“量のカテゴリー”の形成とは、既に述べたように、筆者の考えでは互いに独立したことからである。実際、§2-3 で論ずるように、(個)数概念の最も原初的な在り方として‘集合の組合せの構造化のシエマとしての数’なるものが推理されるが、パンフィロフのような見方では、かかる数概念の存在は説明不可能なのである。

§2-3 以下の論述で明らかにされるように、歴史的に見るとき、数とは、結局のところ、計数の操作の概念化されたものに他ならない。即ち、数は、それぞれが一つの操作シエマであるところのものとして定式化できるのみである。このとき、計数とは、計数の対象物の集合をきっちり処理してしまふ操作シエマを求める行為ということになる。また、こうして得られたシエマが、対象物の〈個数〉の実体というわけである。

一対一対応構成が〈個数〉の概念と関わることになるのは、したがって、対応させるものの一方が、他方に代わって計数されるものとして用いられる——著しくは、計数尺度として用いられる (§2-4)——ことによってである。(逆に、単なる

一対一対応構成は、個数比較にしか用立たない。) 即ち、個数が問題になっているものの集合を計数可能なものの集合に写す (copy) ということに、一対一対応構成の計数上の意義が存するわけである。もっともこの‘写し’は、もとの集合の個数の表象として機能させることもできたであろう。

さらに、ここでわれわれは、個数比較に一対一対応構成が用いられているということと、〈一対一対応構成〉そのもの (あるいは〈集合の対等性〉ということ) が概念化されているということとは、別問題だということにも注意しよう。実際、原始社会の場合、個数比較に一対一対応構成が用いられていても、それは、原理的に理解されていることの結果などではなく慣習によるものだけということが、直接的な裏付けは困難であるが、推察されるのである。(一般論として、一つの用法の学習は、その原理・由来の学習に基づく必要はない。)

(2) 原始的数概念の研究方法

われわれの数概念の歴史を研究する方法としては、語源研究として数に関わる種々のコトバの由来・成立ちを研究する言語学的方法と、‘未開’社会の数概念からわれわれの数概念の先行概念を類推する人類学的方法とが、考えられる。人類学的方法は、確かに、《‘未開’人の数概念はわれわれの数概念の何らかの先行概念を表わしている》という仮定に立って、初めて成立するものである。しかし、語源研究が明らかにするわれわれの数概念の先行概念は、‘未開’社会の中に見出せるのであり、この事実は、上の仮説を裏付けるものと見なせる。かくして、数概念の歴史を研究する方法として、人類学的方法はその根拠をもつこととなる。

‘未開’社会での数概念に関する研究の意義は、原始的数概念に関してそれから得られるところの情報の豊かさにある。この情報の豊かさという点においては、語源研究はそれに及ばない。

‘未開’社会における数概念についての情報は、直接には、フィールド・ワーク (野外調査) から得た資料や、またフィールド・ワークの当事者でなければ、フィールド・ワーカーの報告文書から得られるのであるが、この場合、所要の情報が資

料・報告書の中に組織されずに散在しているというのが、通常の姿である。そこで、‘未開’社会の数概念をフィールド・ワークで得られた資料から抽出し解釈する研究が起こらねばならないのであるが、かかる研究は、実際、文化人類学や人類言語学において一つの主要なパートをなしているのである。

人類学的研究の基本原則は、異文化をその内側から理解するということであるが、この原則は、‘未開’社会の数概念を問題にする場合にも適用されなければならない。即ち、われわれの概念枠組の中で‘未開’社会の数概念を捉えてしまうことを、努めて避けることが肝要である。

例えば、ある‘未開’社会においては、要素全部を銘記するとか、要素の布置パターンあるいは集合の占める空間の大きさを指標にするとかして、“計数の結果と同値” ([2, p. 8]) な結果を得ている ([12, pp. 206-208, 邦訳 pp. 194-196])。しかし、この認知行為をわれわれの数概念の枠組で捉えることは、適当でない。何故なら、それは、計数と結果的に同値でこそあれ、もともと〈計数〉として意識された行為ではないからである。

また、《われわれの概念枠組を相対的なものと承知した上で、異質な概念枠組を“内側から理解する”ことに努める》という方法を顕在化させることによって、“未開人の〈数〉”ばかりでなく“動物の〈数〉感覚”といった対象化の仕方も適切でないことが、理解されるであろう。

本研究で明らかにするように、数概念の人類史の変遷は、〈dialectic〉な質的変化の過程である。したがって、‘未開’社会の中にわれわれの数概念と同質のものを見出そうとする試みは、ちょうど〈四角形〉の概念が無い社会 ([13, pp. 11, 12] 参照) の成員に対して彼らの〈四角形〉の概念を問題化しようとするようなものであり、ナンセンスである。ここではわれわれの数概念を再発見するというのではなく、われわれの数概念へと変化していく契機を秘めている概念形態を求めていくというのが、正しい方法である。もし“原始的”というコトバが“未熟”あるいは“幼稚”という意味合いで用いられるならば、この“われわれの数概念へと変化する契機を秘めている概念形態”な

るものは、決して“原始的な数概念”などではない。何故なら、それは、それ自体で完結していると思なされるべきものだからである。われわれは、“原始的”というコトバには、単に“歴史的先行性”の意味を担わせるに止めよう——以下で“原始社会”とか“原始言語”、“原始人”という言葉いまいしを便宜上用いることがあるが、それは、このような約束に基づいてのことである。

(3) 研究の位置づけ

数概念の歴史を文字通り“数概念の”歴史として記述できているような研究、あるいは、それ以前のものとして、原始的数概念を本当に“数概念”として記述しているような研究は、意外と少ないのではないだろうか。数概念を論ずることは、数概念の外化の現象としての計数法や数詞などを記述することとは違う。実際、原始的数概念は、その外化現象を内側から理解していくことによつてのみ、捉えることが出来るのである。

数概念の歴史を実証的に組上げていく仕事は、実質的に、フィールド・ワークから得られた資料に脈絡をつけ、それらを目的的に再構成する仕事である。ここでは、〈現象〉に〈意味〉を与えるということが、本質的である。したがって、原始的な計数法、数詞の如何は、それ自体では本研究が問題とすることがらではない。それがどのような数概念に依拠しているところのものなのかが、問題なのである。安定した原始的数概念は、一つの完結態として見なされるべきであり、“幼稚”な思考の結果として理解されるべきではない。そしてこのことは、数概念の〈外化〉現象だけを問題にしては、わからないのである；〈competence〉と〈performance〉を区別する方法論的観点には、ここでも適用されるべきである。

さて、原始的数概念が実際完結態として存在しているということであれば、数概念の人類史の変遷は〈dialectic〉な質的変容の過程でなければならない。逆の言い方をすると、数概念の史的変遷は、概念内容の単純な補足的累加（量的変化）などではない。そしてこのことが、本論でまさに明らかにしようとするところのものなのである。

なお、数概念の外化した現象——計数法や数詞など——のみを扱うという方法がどの研究の場合

でも無意味だというわけのものでないことは、断っておかねばならない。例えば、地域的な言語の系統を明らかにするという目的でなされる数詞研究は、意味をもっている ([18, pp. 469, 470] 参照)。実際、多様な数詞体系の各々が全世界的に遍在することがわかってくる以前には、一時、数詞の研究が民族や語族の系統を明らかにし得るものとして考えられたこともあったようである ([7, p. 26] 参照)。

2-2. 数概念の起源

数の起源を考える上で、二つの現象がヒントになると思われる。一つは、異なる数種類の数詞システムが計数の対象の種類に応じて使い分けられる社会が存在するという事、そしてもう一つは、文法的範疇の数というものの存在である。この二現象については後で論じることになるが、それらは、われわれの数概念にとって非本質的なものであるだけに、逆に、数概念に先行する概念を推理するときのヒントになると考えられるのである。

実際、事物に依存する数と文法的範疇の数の存在を考慮して筆者の行き着いた結論は、数概念の先行概念は‘比喩としての数’だということである。

(1) ‘比喩としての数’

筆者が‘比喩としての数’と称するものは、ただし、数——それは〈計数〉付きの概念であるが——ではない。それは、一個のものを指して“独りぼっち”と言うときの“独りぼっち”なる概念、二個並んでいるものを指して“目の如し”と言うときの“目の如し”なる概念、等々、のことである。しかし、それにもかかわらず、筆者がかかる概念を‘比喩としての数’と呼ぶことにするのは、そこから数が派生する当の概念として、それらを見ていくことができるからである。

パラグアイの Abipone 族においては、“ダチョウの足”というコトバが‘4’を指すものとなっている ([3, p. 71])。それはダチョウの足指が四本であることに由来しているのであるが、この場合の“ダチョウの足”などは、正しく‘比喩としての数’の一例である。

‘比喩としての数’は、あくまでも、その現わ

れる文化を“外側”から見る者が概念化できる範疇であり、その文化の“内側”にある者が概念化している範疇ではない (§ 2-1, (2) 参照)。実際、‘比喩としての数’は、互いに異質で、各々独立した意味のものである。

‘比喩としての数’は、幾つかある数詞のシステムが対象によって使い分けられるという現象と、文法的範疇の数の存在を説明するために、仮説として打出されるものである。第一の現象は、筆者の見るところ、数のシステムが最初は幾つも存在していて、それぞれがある対象に対してのみ用いられた、ということを示唆している。他方、文法的範疇の数の存在は、一つの数システムの中の‘1’、‘2’、‘3’などが互いに独立な意味の概念から派生している、ということを示唆している。したがって、原初的な数システムのそれぞれを‘行’に見立てて全体をマトリックスに並べ、言わば、縦方向と横方向の両方からこれを裁断することによって、数の先行概念の集合に必ずしも得られることになる。逆に、原初的な数概念は、かかる集合のつくるマトリックスから起こっているものと見なせよう。そこで、このマトリックスの要素は実際何かということが、問題である。そして筆者がその答えと見なしたものが、以上述べてきた‘比喩としての数’に他ならない。比喩、即ち形相の比喩こそ、事物に直接依存するものだからである。

上に述べたマトリックス構成をもとに、つぎに、数システムを支えている‘事物の範疇化の枠組’が、最終的にはどの事物もどれかの範疇に収まるという具合に、拡大されていく。これには(マトリックスの行と列の二方向に応じて)二つの方向が考えられる。一つは、既成の幾つかの数システムの中のいずれが適用されるかということに基づいた事物の分類の完成であり、もう一つは、文法的範疇の数の完成である。このように、‘比喩としての数’のアイデアは、それを発想するきっかけとして用いられた二現象を同時に説明することができる。

そこで、翻って、‘比喩としての数’の概念からどういうことが導かれるかを、考えてみよう。

まず、数は、‘比喩としての数’から派生するこ

とによって、計数の対象を限定するものとして起こればならない。さらに、最終的には一つの数‘n’として統合されてしまうような数が、最初のうちは幾つも在って然るべきである。例えば、“目の如し”なのは、近接した同格の二個のものであるから、‘比喩としての数’の“目の如し”から派生した数は、自ずと、適用範囲をこのような対象物に限定されるであろう。

また、われわれは、数が‘比喩としての数’から派生したと考えることにより、‘1’、‘2’、‘3’のような小さな数が並行して起こったということ、したがって、その間に発生の順序というものはないということ、を、推察できる。何故なら、‘比喩としての数’が互いに独立した意味のものだからである。

因に、E. B. Tylor によると、Botocudo 語には数詞として‘1’と‘many’しかない([22, p. 220], あるいは [3, p. 22])。しかし、この報告を根拠に‘1’の概念の‘2’の概念に対する先行性を結論することは、無理があると思う。

なお、‘比喩としての数’からの数概念の派生はあっても、前者が後者の中に解消するということは、現実も示すように、起これない。両者が概念としてかなり異質であるということ、そして、‘比喩としての数’が、数概念に応ずる計数法に馴染まないような対象にも適用され得るということが、理由として考えられよう。

(2) 数‘1’、‘2’に対応する‘比喩としての数’に関して

ボリビアの Chiquito 族は全く数詞をもたず、‘1’を‘alone’の意味の *etama* で表わすという([3, p. 2])。この *etama* = ‘独りぼっち’は、‘比喩としての数’である。そしてこの *etama* から‘1’が派生する理由としては、“独りぼっち”なる概念に付随する感情が対象物に移入されることによる、対象物の擬人化が考えられる。

V. パンフィロフは、

“……概念としての‘1’の発展は人間が環境から抽出され、自分自身の‘自我’を自分の属する人間社会の他の人たちや、外界の事物から区別し対立するものとして認識されていく過程と密接に結びつき、それを基礎にして発展した…”

([14, p. 205])

と考えている。このアイデアは、数詞‘1’と代名詞‘私’を分析し比較する言語学的研究を根拠として打出されており、実際興味深い。しかし、既に示唆したように、多様な概念の統合の上に‘1’の概念は現われると理解されるべきであり、したがって、ただ一つの概念を‘1’のルーツとして指定するという発想の仕方は、改められなければならない。パンフィロフの主張する‘1’=‘私’が正しいとしても、それは‘1’の起こりの一つの側面に過ぎないのである。

このように見てくると、‘1’の概念化のほうが却って‘2’、‘3’、‘4’などの概念化より手間取ったのではないかと想像される。*etama* に関して‘感情移入’が論じられたように、とりわけ‘1’の概念化においては、事物や情緒に応ずるという意味合いが濃いように思われるからである。

数‘2’の概念の起源についても、様々な説が出されている([17, pp. 216, 217])。しかし、‘1’の起源の捉え方について上で述べたように、‘2’の先行概念も多様であって然るべきである。

数‘2’に対応する‘比喩としての数’の一つとして、目、耳、手足などの対をなす身体部分が比喩として用いられているものが、考えられる。それでは、‘対’の概念そのものは、どのようにして起こったのであろうか。以下、この点について考察してみよう。

目、耳、手足への注意 (attention) と〈対〉の概念化との間には、実際、大きなギャップがある。問題は、人類が如何なる契機でこのギャップを越えることになったのかということである。この問題はつぎの問題と関連するもののように思われる。即ち、文法的範疇の数には対のものに専ら用いられる“対数”というものがあるのだが、何故〈対〉はかかる特別の表現法をもたなければならなかったのかという問題である。

筆者の考えでは、各表現様式の意義は、表現上の矛盾の止揚という一点に存する。したがって、対表現が様式化されているという事実は、それ自体、対をなすものに関する言表の矛盾的性格を示唆している。実際、対をなすものについての言表の仕方がこの矛盾の意識化を通じて課題化される

ことが、対表現の様式の起こる契機である。しかし、筆者はここでさらに、これを、上に述べた〈対〉の概念化の前に横たわるギャップが越えられる契機としても、理解しようと思う。というのも、対象についての言表とその対象についての意識の在り様とが互いに応ずるものである以上、言表上の矛盾の止揚は、対象把握の様式自体を、即ち対象の概念そのものを、顕在化するものでなければならぬからである。

では、対をなすものについての言表が衝き当たる矛盾とは何か。対をなすものへの指示には、対全体への指示とその一方の要素だけへの指示の二つがある。この二つの区別は、通常、指示の起こるコンテキストで判明するが、このようなコンテキストのあることがいつも約束されているわけではない。ここに指示不明という矛盾が起こる。そしてこの矛盾の超克のために、二つの指示を明示的に区別する方法の発明と採用が、自ずと課題化されることになる。

対をなすものを指示する名辞で、その対の両方の要素をひとまとまりとして指示するようなものに対しては、“片方の何”という言いまわし——例えば、身体部分に対するマジャー語の表現にあるような ([11, pp. 189, 190, 邦訳 p. 255])——を導入しなければならない。しかし、対の両方の要素への指示に特別な形態をとらせてこれを片方の要素への指示から区別しようとするれば、今度は対数表現が得られるというわけなのである。

なお、文法的範疇の数としての双数 ((4) 参照) は対数から派生したものと一般に考えられているようであるが ([1, p. 50]), このことは、〈対〉概念からの ‘2’ の概念の派生と対応するのであろう。

(3) 事物に依存する数

本項とつぎの (4) では、‘比喩としての数’ のアイデアの根拠としたところの事物に依存する数と文法的範疇の数について、論ずることとする。

一つの数詞システムがある限定された種類の事物にのみ適用されるという現象が、‘未開’社会の中に見出されることがある。(もっとも、“限定された”とはいえ、われわれの場合と比較した相対的な意味においてであるが。) 例えば、Levy-Bruhl

が、原始人にとって数は彼ら独特の方法で数えることを知っているものを離れるとき最早意識の対象ではなくなる、と述べているのは ([12, p. 207, 邦訳 p. 196]), このような ‘未開’ 社会の事例を根拠にした上でのことである。

筆者は、一つの数詞システムが特定の種類の事物にのみ適用されるというかかる現象に着目することが、数の起源の一端を明らかにしていくことの端緒になるのではないかと考える。というのも、この現象が、特異なものというよりは、むしろ、原初的な数概念において普遍的なものとして理解されるべきだと考えるからである。

言うまでもなく、フィールド・ワークといった直接的方法では、この問題に解答を与えることはできない。しかも、今まで報告されている ‘未開’ 社会の数の事例から或るものを所期のものとして特定することは、その報告の記述上の不備といったものを考慮する必要もあって、実際困難である。しかし、適用対象の限定された数概念が原始的数概念として普遍的であったということは、間接的に確認できるように思われる。このことを、以下、述べていくことにしよう。

一つの社会に数種類の数詞システムがあって、数え上げる対象の種類に応じてそれらが使い分けられるというようなケースは、周知のように、色々と報告されている ([3, pp. 85-89], [12, pp. 221-226, 邦訳 pp. 213-218] など)。かかる現象は、われわれの場合と比較してのことであるが、事象を瑣末的に捉えてしまう原始的な認識形式の一端として、解釈できる。何故なら、異なる種類の対象物の数表現に異なる種類の数詞システムを用いているということは、異なる種類の対象物について考えられた数が元来異なる概念であるということの証左に、他ならないからである。

Levy-Bruhl は、対象物のそれぞれのカテゴリー (catégorie d'objets) のための特別な数詞が計数用のもの以前にあったとして、かかる異なる種類の数詞の存在に言及している ([12, p. 223, 邦訳 p. 215])。しかし、この見解に対して筆者の考えることは、つぎのことである。即ち、各数詞システムに必ずのカテゴリーの最初のもの、単一種類のもの類かそれに準ずる程度のものであっただ

ろうということ、そして、その単一種類の類が Levy-Bruhl の言うカテゴリーに広がる過程は必ずしも計数以前のものではなかったであろうということ、である。

ここに、“適用対象の限定された数概念”というアイデアは、もっとストリクトな形の“単一種類の事物に関する数概念”というアイデアに、提起し直されたことになる。

“単一種類の事物のみに関する数概念”というアイデアの根拠を、述べることにしよう。まず、ある数詞システムが単一種類の対象物にのみ用いられるということと複数種類の対象物に用いられるということの間には、単に計数の対象物の多寡の違いがあるばかりではない、ということに注意しよう。この二つの場合では、数詞は性格を異にしている。実際、各数詞システムにおいてその適用される対象物の種類が増えていくとき、数詞システムの種類と対象物の種類との対応は、次第に、文法的強制(慣わし)以上のものではなくなる；対象物の種類に応じた数詞システムの使い分けが、非本質的なこととして意識されるようになり、数は、実質的に、対象物の種類に依らない概念に変わっていく。ところで、対象物の種類に応じた数詞システムの使い分けを非本質的なことと認識しながらそのような数詞を最初からわざわざ造り出すということは、あろう筈がない。だから、各システムの数詞は、特定の単一種類の対象物に関する概念のコトバとして起こったのでなければならない。もしいま、一つの数詞システムが複数種類の対象物のカテゴリーに応じているとすれば、そのことは、数詞システムの種類を固定・制限したままそれらの適用対象を増やしたことの結果である。実際、色々な種類の対象に数を考えることが必要になってきたときには、既成の数詞システムの兼用ということによってこの事態に対処するのが、自然というものであろう。

各々の数詞システムにおいて、それに対応するカテゴリーの要素には、一般に、例えば“細長いもの”といったような、或る共通の性質を見出すことができる。そのため、各数詞システムはかかる性質を基準にして括られたカテゴリーに初めから応じたものとして起こった、というように誤解

され易い。しかし、カテゴリーの要素に見出せる共通特性とは、結果的なものに過ぎない。実際、各数詞システムについて、その適用される対象は、一応性質の類似性に基づいて増やされていったと見ることができる。その結果、カテゴリーは、そのアナロジーの基準となった性質の外延といったようなものになるのである。結論として再び繰り返すが、数は或る単一種類の事物に関する概念として起こった、と理解されるべきである。このように理解してこそ、例えば、対象に応じて数詞の種類を使い分けるといふ、結果的に見れば、全く過剰でしかない行為を歴史的必然性として説明することも、可能になるのである。

なお、“事物に依存する数”の存在から示唆されることであるが、ある‘未開’人の知っている数の上限が、例えば、5であるということと、彼らが5以下の数に限っては、われわれと同じように、色々な種類の事物に対して自由に数を考え得るということとは、全く別問題である。この点は、われわれが原始的な数概念を考える場合に、いつも留意されていなければならない。

(4) 文法的範疇の数

原始的な言語には文法的範疇の数として、単数、複数のほか、しばしば対数(parallel)、双数(dual)、さらに、三数、四数、複個数なるものが見られる。ここに、対数は両手、両足のように元来対をなすものに用いられ、双数、三数、四数はそれぞれ二つ、三つ、四つのものからなる集りに用いられる。また複個数は、全体の中の個々の要素が逐一的に意識されていることを示すために用いられるものである。

文法的範疇の数を本質的に反映しているのは、ただし、基本語の活用であり、その他の語の活用はルールの強制に基づいたものである。文法的範疇の数をもつ現代語で、基本的な単語ほど不規則に変化するものは、こういう理由からである。

文法的範疇の数の存在は、要素の数が違えばその集りを含む事象も異質なものとして認識された、ということを示唆している。したがって、これも、原始的認識形式の瑣末的性格の一端を示すものとして解釈できよう。実際、数に関連する概念の統合・整理の歴史的進行は、文法的範疇の数

を、表現における過剰性としてますます顕らかにしていく。双、三、四数が先ず廃れたし、現代語での単・複の区別も最早実質的な意味はなく、単に強制（慣習）に因っているに過ぎない。

文法的範疇の数は、このように、集合の要素の数の違いがその集合に関する事象の質的区別に繋がるような認識形式の発現であるから、文法的範疇の数全体は元来併立的なものでなければならないし、また、同時に、数概念の計数以前の先行概念に基づくものでなければならない。（因に、A. Seidenberg は文法的範疇の数の併立性を問題化している（[17, p. 272]）。）そしてこのことから、われわれは、‘1’、‘2’、‘3’、‘4’ のような小さな数の先行概念が併立的なものであったということ、したがって、これらの数の概念化が並行して起こったということ、結論できるのである。

2-3. 組合せの数

前節では、数概念以前の概念について推理した。本節からは、計数法とそれに応ずる数概念が、考察の対象となる。

(1) 組合せの計数

より原始的な数概念を数詞のシステムを手掛りにして確定しようとするとき、そのシステムの上限の数はいくつかということが、着眼点の一つとなるであろう。そして周知のように、数詞が ‘1’、‘2’ しかないような ‘未開’ 社会からして、既に存在している（[3, pp. 21-28], [22, pp. 220, 221] など）。また、数詞が ‘3’ や ‘4’ までの場合には、‘2 と 1’、‘2 と 2’ のような ‘3’、‘4’ の表現法がしばしば見られる（[3, pp. 26, 27], [22, p. 221, p. 239] など）。ここで、独立な——一方が他方を要因として含むという関係にはないという意味で——数詞の個数に着目して、‘2 と 1’、‘2 と 2’ なる表現の方が独立な数詞による ‘3’、‘4’ の表現よりも歴史的に先行すると推測できるが、実際、数概念が計数に基づくものである以上、独立な数詞 ‘3’、‘4’ が数詞 ‘2 と 1’、‘2 と 2’ に変わっていくということは考えられない。かくして、最も原始的な数概念は、‘2 と 1’、‘2 と 2’ なる数表現に応ずるものと解される。

このような数概念と対応する計数法は、当然の

ことながら、よく知られている指などの身体部分を尺度として用いるような計数ではあり得ない。‘2 と 1’、‘2 と 2’ なる数表現法は、二つの要素を一纏めにしていく計数法に由来すると解される。事実、このような計数法はアフリカ、オセアニア、南アメリカにかけての ‘未開’ 社会に遍在している（[17, Map 1]）。そしてさらに、‘2 と 1’、‘2 と 2’ のような組合せ的な数表示は、つぎの (2) で述べるように、他にも、多様な形で存在するのである。そこで、これらのことから、われわれはつぎのように推察できよう。即ち、最も原始的な計数法は、計数の対象物全体を、ある特定個数の要素からなる数種類のユニットの組合せとして、再構成的に表わす（社会的に定まっている）シュマ——簡単に、“組合せ的な構造化のシュマ”——を対象物にあてがうものである、と。かかる計数法を、以下“組合せ的計数法”と称することにしよう。

組合せ的計数法に基づく数概念の実体は、組合せ的構造化のシュマそのものであると考えられる。K. von den Steinen がブラジルの Bakairi 族についての記述の中で紹介しているつぎのことは、この推測を裏付ける事例の一つと見なせよう。即ち彼らは二つずつに分節していく仕方でものを数え、しかも眼前の三個の穀粒でも二つと一つに実際に分離してみないことには数え上げることが出来ないというのである（[17, p. 219]）。この事例は、また、計数の操作シュマが未だ内面化（internalization）されていないことを示している点で非常に興味深い。また、各計数法は、そのシュマに馴染むような事物（の概念）にしか適用され得ないのだから、上の事例は、組合せ的計数法に基づく数概念の適用される対象がかなり限定されたものになるということをも示唆している。

(2) 組合せの数

計数法の最も原初的なものは ‘2 と 1’、‘2 と 2’ のような表現を生むものであり、それは二つずつ纏めて数え上げていくもの（[12, p. 220, 邦訳 p. 212] 参照）であろうということ、(1) で述べた。実際、‘3’、‘4’ より大きい数が二進法的に表現されている例もあるが（[3, pp. 106-111], [17, p. 281] など）、かかる数表示は、このような計数

法に応じたものと解される。

二進法に基づく数表示は数‘1’と‘2’の組合せと見なせるが、原始言語に見出される組合せ的な数表示には、この他にも色々ある。実際、独立の数詞‘3’、あるいはさらに‘4’があって、これらも数生成のベースとしての役割を担っているという場合が多い。例えば、‘1と3’、‘2と3’あるいは‘1と1と3’、‘3と3’、‘4と2と1’という具合である([3, p. 22], [22, p. 221, p. 239]など)。

基本的な数詞をベースにして他の数詞を生成していくというこのような組合せの数表示は、組合せ的計数のシユマの直接的表現と見なせるが、同時にそれは、この段階の数概念そのものの在り様を示しているものとして、理解されるべきであろう。即ち、何か独立した意識対象として数概念があってその表現としてたまたま組合せ的表示が選ばれたというのではなく、正に、概念化された組合せ的計数のシユマそのものが、この場合の数概念なのである。

例えば、‘4と2と1’として認識される‘数’は、われわれの概念化している数7に同じではなく、《四つ、二つ、一つのものからそれぞれ成る単位小部分の組合せとして全体を構成的に表わす》というシユマ、またそのシユマによって集合が構成的に表わされている状態が、そっくり概念化されているものなのである。

以上述べてきた理由から、組合せ的計数に応ずる数概念は、“組合せ的数”と呼ぶのが相応しいであろう。

(3) 組合せ的数の概念の移り変わり

数の組合せ的表示は、実際、多様である。しかし、数詞の‘2と1’、‘2と2’は、数3, 4が計数に基づいて意識対象化されたときのそれらの最初の表現形態と考えられるから、結局、数の組合せ的表示の原型は二進法に基づくものであると推察される。したがって、二進法に基づかない組合せ的数表示は、二進法的数表示の‘発展’形態として理解されるべきである。では、前者が選ばれて後者が捨てられた理由は、何なのであろうか。

二進法的に表示された数で10まで数え得る南アフリカの種族の例があるが([17, p. 221]), こ

のような数による計数としては、実際ここまでのいいところであろう。二進法に基づかない組合せ的数表示が、10より上の数を表わすコトバをもたないような‘未開’社会でも見出せることがあるのは([3, p. 22]), 二進法表示の数の認知・弁別(あるいは、同じことであるが、二つずつ組にして数え上げる計数)の容易ならざることに因っているであろう。

そもそも、組合せ的数のシステムがある数 n についての n 進法で展開されるということは、決して一般的なことではない。実際、 n 進法の規則的な展開は、一見合理的に見えるが、組合せ的数の場合はそうではないのである。というのも、この場合の計数は n 個ずつをまとめていくものとなるが、そのまとまりが全部でいくつになったかをはっきりさせることが、今度は大問題になるからである。組合せ的な数表示は、かくして、二数の違いが組合せパターンのはっきりした違いにあらわれるようなものである必要がある。しかし、このために、一つの数システムの中の数の種類は、自ずと限られることになる。

数が何進法に基づいて構成されているかという点に着眼した数詞システムの分類は、伝統的なものではあるが、組合せ的数の場合には上に述べたようなことが理由で、余り意味がない。例えば、組合せ的数のシステムで、‘2+2’、‘3+3’を併せもつもの([22, p. 221])や‘3×2’、‘3+4’、‘4×2’を併せもつもの([7, pp. 28, 29])などは、このような規準では分類できない。このことは、わが国の数詞システム——‘1(fitō-tu)’と‘2(futa-tu)’、‘3(mi-tu)’と‘6(mu-tu)’、‘4(yō-tu)’と‘8(ya-tu)’が、それぞれ母音交替による倍数法に基づくものと考えられている([8, p. 270], [18, p. 472])——についても同様である。それ故、数詞システムの分析・記述のための方法論も、一つの研究課題となる程である([5], [16]参照)。

組合せ的数表示の多様性に基づく数詞システムの多様性は、例えば R.B. Dixon & A.L. Kroeber や W.C. Eells 等がカリフォルニア・インディアンの数詞システムの研究で示したように([4, p. 663], [5, p. 297]), しばしば同族の言語間においても見出される。このことは、注目に値する。

というも、数の組合せ的表示法が本質的に恣意的なものであるということ、それは示唆しているからである。

なお、ほとんど純粋な4進法的構成の数詞システムの例がしばしば存在するが([5, p. 296] など)、Conant や Eells は、この現象の帰するところは、親指を除いた他の四本の指を用いる計数法——したがって‘指計数’(§2-5)の一種——ではないか、と述べている([3, p. 113], [5, p. 296])。しかし、Levy-Bruhl は、Conant のこの考えを批判し、4進法の数表示は四つずつ組にして数え上げる計数法——したがって‘組合せ的計数’——に起因するものだという解釈をとり、その根拠、ある社会では数‘4’が共同体の象徴としての一つの重要な意味を担っている、という事実を求めている([12, p. 234, 邦訳 p. 226])。実際、彼は、さらに一般的に、計数でベースになる数——いまの例では‘4’であったが——は計数の便宜とは全く関係のない(神秘性に傾倒し易い前論理の心性 *mentalité prélogique* に基づく)理由によって決定される、と考えるのである。Levy-Bruhl のこの主張は、その当否はともかく、事象の解釈における多方面にわたる考察の必要性和、自らの思考法に頼ることの危険性を示唆している点で、重要である。

(4) 組合せ的計数の限界と、計数尺度の導入
既に述べたように、いくつかの単位小部分の組合せとして計数の対象物の集合を再構成的に表わすシエマが、組合せ的数の実体である。組合せ的数の認知・弁別は、したがって、このような組合せのシエマの認知・弁別に他ならない。

一つの数システムに含まれる数の個数が組合せ的数の場合せいぜい10前後なのは、組合せのシエマで互いにはっきり弁別できるようなものが、自ずと限られてしまうことによる。最初の計数の発生は、このように、対象化される数の飛躍的な拡大をもたらすものではなかったのである。

組合せ的数表示における数‘3’、‘4’あるいは‘5’の基本単位化は、集合の組合せ的構造化のシエマとして数を概念化するという制約の中で、対象化可能な数の上限をひき上げていくという方向に沿った出来事としても理解されるべきである。

実際、分節の個数のある限度に押えて組合せ的構造の弁別を可能にするためには、より大きい数を基本単位の数として採用していく他ない。

組合せ的計数はまた、もう一つの理由によっても、発展性の乏しいものとなっている。この点は今のところ確証することが困難なのであるが、組合せ的表示の在り方から見て、組合せ的計数は(試行錯誤を別にすれば)本質的に一回の操作のものであると推察されるのである。例えば、指計数 (§2-5) では、‘6’のシエマは‘1’、‘2’、‘3’、‘4’、‘5’のシエマを順に經由するものなのであるが、組合せ的計数の‘3と3’のシエマなどは、‘2と1’、‘2と2’といったシエマを經由するとは考えにくい。そしてこのように組合せ的計数のシエマが階層をなさず、したがって計数が段階を追って達成される性質のものではないということからも、組合せ的計数がわずかな個数の物の計数にのみ可能な計数法であったことが、示唆されるのである。

以上述べてきた組合せ的計数の限界、したがってまた組合せ的数の概念の限界は、しかし、次節で論ずる計数尺度の導入とそれにしたがう数概念の変容を通して、打開されることになる。

2-4. 計数尺度

個々の要素が〈個数〉の目盛りになるという仕組みで、計数の尺度の機能を果たしている集合のことを、“計数尺度 (counting scale)”と呼ぶことにしよう。

手(さらには足)の指は、原始社会においても最も普通に用いられた計数尺度の一つであるが(例えば、[22, p. 222] 参照)、それ以外の身体部分が計数尺度として用いられていることもある。このようなものとしては、例えば、一本の指の関節——したがってこの場合、3が数えられる数の上限である——とか([3, p. 7], [22, p. 220]), 手の指, 下腕, ひじ, 上腕, 肩, 頭が一つのセットになったもの([22, p. 222])などがある。M. Swadesh の挙げたバプアの Noub 語の場合は、つぎのようになっている: (1) ‘1’, (2) ‘2’, (3) ‘1’ 足す ‘2’, (4) 人さし指, (5) 親指, (6) こぶし, (7) 前腕, (8) ひじ, (9) 上腕, (10) 肩

([20, p. 188])。また、この種の事例は、[12, pp. 209-216, 邦訳 pp. 196-207]でも程良く紹介されている。

計数尺度を用いる計数は、計数の対象物に全く無縁な物を尺度として介在させることが出来るという理由から、常識的には、計数の対象物の直接的操作である組合せの計数よりも高度な知的産物として、判断されよう。したがって、また、計数尺度を用いた計数は組合せの計数より後れて現われた、というように推察されるであろう。

Seidenberg によると、オーストラリアの Wotjobaluk 族などは、身体の一部を尺度とする計数——簡単に、“身体計数 (body counting)”——を、日数計算と行程の節目の計算にのみ用いる ([17, p. 270])。筆者は、この場合の身体計数が直接的な対物操作の不可能な対象 (概念) に用いられているという点で、この報告事実に興味を引かれる。というのも、計数尺度を用いる計数法が組合せの計数法に替わって一般的になっていく過程の途中段階に在る現象として、この事実を見ていくことが出来るようにも思えるからである。

われわれは、以下、原始社会における数表示を直接見ていくことによって、計数尺度を用いる計数と組合せの計数の発生の順序を確めることにしよう (§2-5, (4) 参照)。

指を計数尺度として用いた計数——簡単に、指計数 (finger counting)——に先立って ‘1’, ‘2’ をベースとする計数が行なわれていたであろうということは、従来から主張されている。Swadesh は、印欧語とスメール語の数体系を論じて、それらが五進法あるいは十進法 (これは、後述するように、指計数に基づく) によって展開されているにもかかわらず、‘1’, ‘2’ がかつて組合せの数表示におけるベースであったことを示す痕跡があるということを、明らかにしようとした ([20, pp. 188-191])。例えば、スメール語の数詞の場合、彼の解釈によると、‘1’, ‘2’ は独立した語で、‘3’ は ‘1’ の変形、そして ‘4’ は ‘2 と 2’ と分析される；つぎに、‘5’ は ‘手’ のことで、‘6’, ‘7’ はそれぞれ ‘手と 1’ ‘手と 2’ となる；さらに、‘8’ は ‘4 が二つ’、‘9’ は ‘手と 4’、‘10’ は ‘手が 2 つ’ というように分析される ([20, p. 189])。

Marshall 語は 10 進法による数詞システムを持ち、‘5’ は ‘手’ から起こり、‘8’ は ‘10-2’ の表現に準ずるのであるが、数詞 ‘6’, ‘7’, ‘9’ はそれぞれ ‘3+3’, ‘3+3+1’, ‘8+1’ なる表現のものである ([10, pp. 162, 163])。(このような組合せの数表示と指計数に基づく数表示の混淆の他の例は、例えば [3, p. 57, p. 111, etc.], [21, p. 146] などにある。)

さて、‘3’, ‘4’ の ‘2+1’, ‘2+2’ のような表現法、また ‘6’, ‘8’ の ‘3+3’, ‘4+4’ のような表現法は、明らかに指計数とは異質である。指計数に基づく数システムの中にこれらの表現が現われるということは、したがって、組合せの計数が指計数に先行したことを物語っているであろう。

Conant は、‘1’ から ‘4’ が独立の語で、‘5’ が手の意味、‘6’ から ‘10’ が指の名称という数詞の例を挙げているが ([3, pp. 61, 62])、このことも、指を用いた計数法が後れて現われたことを示唆しているであろう。なお、Conant は、2, 3 あるいはせいぜい 4 より上の数詞の全ては殆ど普遍的に指の名称に起源をもつが、それ以下の数詞は指計数に基づいて起こったのではない、と述べている ([3, p. 98])。

さて、計数尺度の導入によって、計数の対象物を直接操作するシマとしての以前の数概念は、自ずと変わっていく。実際、計数尺度を構成する具体物が象徴的な別の意味を担うことになり、この象徴的意味を担う具体物についての概念として、数概念は新たに起こるのである。(例えば、象徴化された ‘人さし指’ が、‘2’ の概念であるという具合に。) そしてここに、個々の数は、数え上げの行為から独立したそれ自体として考えられる概念へと、実質的に変わっているのである。

さらに、このとき数システムは、大小の順序をもって整列された ‘数列’ としての体裁を明らかにしていくことになる。このように ‘数列’ を構成する項 (term) としての数の在り様が顕在化したことは、数の自動的な生成ということが抽象的に意識化される契機となり、またその意味で、本格的な数システムの構成の契機となった、と考えられる。そしてこのことは、計数尺度の案出という出来事の最も重要な意義の一つとして、認識さ

れるべきものである。

2-5. 指 計 数

(1) 指計数

計数の対象物の集合を何種類かの単位小部分の組合せとして構成的に表わした前段階の組合せ的計数法に対して、典型的な指計数 (finger counting) では、対象物の全体から要素を一つずつ分離し、その度毎に慣習として決まっている順序で指を押えて (折って) いくことになる。そして、このようにして計数の対象物全体が尽くされたとき、最後に押えられた指が、対象物の個数を表象するものとなる。したがって、この指計数の段階では、数とは、象徴化された‘指’の概念に他ならない。

後述するように、指計数に対応する数詞の典型的なものは、指操作を描写するコトバそのものである。このことから、指計数は、数詞を声に出して言いながら行なわれたものであると推察される。言うまでもなく、数詞を声に出して言うことの意味は、計数の対象物の集合から一つを抽出しそれと同時に特定の指を押えるという行為の対象化と確認を容易にすることにある。(行為と同時にその行為の言語表現を声に出して言うことは、行為を意識対象化する基本的な方法であり、過剰の行動として片付けてしまうことは出来ない。実際、それは、内言語が未発達の子どもにおける独り言として現われるし、さらに大人においても、ややこしい問題に遭遇して思考を整理する必要のあるときなどに、しばしば独り言として現象するのである。)

(2) 指計数の発達と、数詞の移り変わり

指計数は、組合せ的計数に後から重なるようにして発生したと考えられる。したがって、組合せ的計数に応じた旧来の数詞が指計数の発生とともに一変するという事は、あり得ない。しかし、これらは、組合せの数表示でベースとなった独立の基本数詞を別にすれば、組合せ的計数に適った独特の形態の故に、指計数の個々の単位行為の意識対象化をむしろ阻害するものとなったと推定される。そこで考えられることは、この不都合が、数詞システムの新たな変容——即ち、既存の数詞

の淘汰的とり込みと指計数に調和した体裁の新たな数詞の導入——の契機になったであろうということである。

このように、指計数段階の数詞が定まっていく過程は〈dialectic〉に進行し、したがって、多様な数詞システム——必ずしも計数における指操作を彷彿させるものばかりではない——がその過渡期には現われることとなる (以下の (4) でもこのことに触れる)。因に、ニューギニアの Mairassi 族は指の所作のみで数表示を為し、しかもこのとき指の呈示と同時に *awari* という決まったことばを発するというのであるが ([3, p. 10]), この場合は、指計数の導入によって以前の段階の数表現が捨てられてしまったと解すべきであろうか。もっとも、前段階の数詞の完全な破棄という過程を踏むケースは、稀であろう。

指計数段階の数詞の移り変わりを論ずるためには、同時に、計数における指操作自体の変化をも問題にしなければならない。指計数は、計数尺度として片手の指のみを使用するものから両手の指を使用するものに、そしてある場合にはさらに、両手両足の指を使用するものに至った。と考えられている。しかし筆者はここで、片手から両手への移行には本質的なギャップがあると見たい。というのも、指計数では先ず、一方の手が計数尺度としての他方の手の指を指示し確認することの用に充てられたと推察されるからである。両手の指を計数尺度として用い得るためには、各々の指への注意 (attention) が、その指を指示する行為が既に内面化 (internalization) されていることによって可能であり、かつ指操作と眼球運動の高度な連携ができていたのでなければならないが、このような能力はわれわれにとって如何に他愛なく見えようとも、歴然たる学習の産物であり、無条件に起こるものではないのである。このことを再確認するために、ここで、人類学者 F. Galton が南西アフリカの Damara 族 (Bantu 諸族の一つ) に関して述べたつぎのことを、引用しておこう：

“……they use no numeral greater than three. When they wish to express four, they take to their fingers, which are to them as formidable instruments of calculation as a slide rule to an

English schoolboy. They puzzle much after five, because no spare hand remains to grasp and secure the fingers that are required for units.” ([19, p. 46])

計数尺度として指以外の身体部分が用いられる場合があることを §2-4 で述べたが、このような事例を注意して見てみると、一般に片方の手の指を全て尽くしてから指以外の身体部分に移行することがわかる。そして、多くの場合、計数目盛りとしての身体部分の配列は左右対称ではなく、しかも残った一方の手の指には到っていない。この現象は、計数目盛りとしての身体部分をおさえるのに片一方の手が専ら用いられたことに由来するに相違なく、したがってまた、一方の手の指のみを計数尺度に用いこれらの指を指示するためだけに他方の手を用いる段階と、両手の指が計数尺度として用いられる段階との間に、本質的なギャップが存在していることを示唆しているのである。

以上の考察にしたがえば、片方の手の指だけを計数尺度にして反復して数える方法 ([3, p. 64, p. 66]) さえも、両手の指を計数尺度として用いる計数法に先行すると見なせよう。しかしやがて、片方の手の指のみを尺度として用いる計数に熟達し、その操作が内面化されるようになると、今度は、同じ操作の反復が、数の弁別を困難にする最大の原因になってくる。そこで、操作の周期を延ばすことの試みが、つぎに起こった筈である。そして、この結果として、両手、さらに両足の指全体が計数尺度として使用されるに至ったのであろう。

(3) 指計数に応ずる数詞システム

さて、上述したような指計数法の発達に伴い、数表現も変化していくが、この変化の典型的な完結態が、[3, pp. 51-60], [22, pp. 224-226] などにあるようなつぎのような数表現であると思われる。即ち、数詞 '1', '2', '3', '4' が (外見上) それぞれ互いに独立であり、'5' 以上の数詞が以下のようになるものである：

5 : 'a whole hand'
6 : 'one on the other hand'
:
:
:
:

10 : 'both hand'
11 : 'one on the foot'
:
:
15 : 'a whole foot'
16 : 'one on the other foot'
:
:
20 : 'one man'
21 : 'one on the hand of the other man'
:
:
40 : 'two men'
60 : 'three men'
80 : 'four men'
:
:
:
:

つまり、周知のことであるが、一般に、(計数目盛りとして 10 までは手の指を用い、11 から 20 までは足の指を用いることに基づいて) 5 が 'hand', 20 が 'hands and feet' あるいは 'man'——計数尺度として用いられるのが手の指だけならば、10 が 'man' ([3, p. 78])——, 10 が 'two hands' あるいは 'half a man', と称され、そして、これらに '1', '2', '3', '4' を付加して、その間の数が表現されるのである。例えば、英語の '11', '12' はそれぞれ one-leave, two-leave (両手に 1, 2 余るの意) と意味分析されるものである ([9, p. 16])。

かくして、指計数に基づくとき、数詞システムは、基本的には、5 進法、10 進法および 20 進法の併用といった展開の形態をとることになるのである。(言うまでもなく、手の指のみが用いられる場合は 5 進法と 10 進法の併用ということになる。) 因に、バスク語やデンマーク語は、典型的な 20 進法の数詞システムをもつ言語の例として有名なものである。

さて、このように計数行為が一定の指操作を周期単位とする反復操作となると、つぎに数詞システムが、位取り表現を以って、“生成されるシステム”としての形を整えてくる。このことは、数列を構成する項 (term) としての数の性格が顕在化してきたことと並んで、数概念が指計数に基づ

くことによってもたらされた重要な結果として強調されるべきである。

なお、指指数に応じた数表示では、‘5’, ‘10’, ‘20’ の間の数が ‘10-1’, ‘20-1’ のような引き算の形、若しくはそれに準ずる形で表示されるようなものも、しばしば見出される ([3, pp. 44-47], [9, p. 16], [10, pp. 161, 162] など)。

(4) 組合せの指指数

本項では、組合せの計数から指指数への移行が具体的に如何なるものであったのかを、推理してみる。

まず、カナダ北部の Montagnais 語の数詞システム ([3, p. 53] あるいは [17, p. 229]) を見てみよう：

1. inl'are=the end is bent.
2. nak'e=another is bent.
3. t'are=the middle is bent.
4. dinri=there are no more except this.
5. se-sunla-re=the row on the hand.
6. elkke-t'are=3 from each side.
7. $\left\{ \begin{array}{l} t'a\text{-ye}\text{-oyertan}=\text{there are still 3 of them.} \\ \text{inl'as dinri}=\text{on one side there are 4 of} \\ \text{them.} \end{array} \right.$
8. elkke-dinri=4 on each side.
9. inl'a-ye-oyert'an=there is still 1 more.
10. onernan=finished on each side.
11. onernan inl'are ttcharidhel=1 complete and 1.
12. onernan nak'e ttcharidhel=1 complete and 2, etc.

ここで、数詞 ‘1’, ‘2’, ‘3’, ‘4’ は指指数に基づくものであるが、‘6’, ‘7’, ‘8’ は、本質的に、前段階の組合せの表現である。実際、Montagnais 族が ‘6’, ‘7’, ‘8’ を指で表現する場合、その表現は、組合せの表現に準じており、かつ、指を用いた ‘3’, ‘4’ の表現を構成要因としていない ([3, pp. 53, 54])。

同様な現象は、例えば、[17, p. 221] で紹介された H. Vedder の報告の中に見出せる：

“One group from Otavi-Bergland used their fingers and toes in counting, grasping the left little and ring fingers and saying ‘these two’,

then the next two fingers, saying ‘these two’, and so on.”

われわれは、この種の計数を、簡単のため、“組合せの指指数”と呼ぶことにしよう。

さて、筆者は、組合せの計数から指指数への移行の過程には、この組合せの指指数の段階があったというように考えたい。というのも、この段階を考えることで、指が計数尺度の用をなすに至る過程が埋められるように思えるからである。筆者の考えでは、指は、計数の対象物の集合の写し (copy) となり、対象物に代わって数え上げられるものとして、先ず用いられたのである。即ち、一対一対応で計数の対象物と同数の指を押え、そしてこれらの指を今度は組合せ的に数えるというのが、計数での指の最初の用いられ方であったと推察される。

以上で、筆者は、組合せの計数に基づく数詞と指指数に基づく数詞の混淆した数詞システム——泉井久之助のことは借りるならば、そのシステムは“混数法”の展開ということになるが ([9, p. 23])——の存在から、“組合せの指指数”の概念を導いてきた。そして、ここでは、“混数法”を“組合せの計数から指指数への移行”という脈絡で捉えるというのが、本質的な点であった。ところで、このような認識は、数概念の歴史に‘組合せの数’の段階が存在するというを前提にしている以上、決して自明のものではない。実際、例えば白鳥庫吉は、筆者の見るところこの認識を欠いていたために、わが国の数詞について以下に述べるような誤った解釈を与えてしまっている。

白鳥庫吉の方法論は、彼の“手の指や足の指を除いては、世界の数詞の根本義は到底解き得ない。国語の数詞も此の心構を以て解釈の歩武を進めてゆかねばならぬ。” ([18, p. 473]) という言葉に、特徴的に示されている。かくして、彼は、数詞の構造を“指による数表示の方法”から説明しようとする。例えば、‘6=mu’が‘3=mi’の(母音変化による)倍数表現になっているのは、数6の手を使った表現が両手の“各々から三本ずつの指を起す” ([19, p. 474]) ものであったことに因る、という具合である。しかし、筆者の‘組合せの指指数’の考えに基づくならば、白鳥庫吉

の解釈は本末転倒している。‘6’が‘3’の倍数表現になっているという現象は、6個のものを3個のものと3個のものの組合せとして構造化するところの組合せ的計数法の名残りである。両手の各各から三本ずつの指を起こすことによる数6の表示が事実であったとしてもそれはかかる倍数表示に応じて出てきたのであって、倍数表示の“原因”では決してないのである。

さて、先に示した Montagnais 語の数詞システムでは、数詞‘1’、‘2’、‘3’、‘4’は計数における指操作を表わすことばになっているが、このように、指計数に基づく数詞システムで、既に‘1’、‘2’、‘3’、‘4’が指や指操作に関することばで代わられているようなものも存在している。因に Swadesh は、言語学的な分析に基づいて、ウラル語の‘2’(resp. ‘4’)および印欧語の‘4’(resp. ‘2’)の語源は‘人さし指’(resp. ‘薬指’)である——2と4の別が出てくるのは、計数に、親指から始まるか、小指から始まるかの別があるから——と主張している([20, pp. 185-187])。

ところで、数詞が特定の指や指操作の意味のコトバになっているということは、指計数における指操作が社会的にきっちり決まった形態のものであり、選択の余地を許すといった恣意的なものではないことを示唆している。Seidenberg は、指による数表示法の慣習性を挙げて指計数の被学習性を強調し、併せて、計数で指を用いることをある程度本能的なものとする Conant や Tylor の見方を批判しているが([17, p. 258])、彼の意見は、この点では全く正当である。なお、指による数表示の仕方が決定的なものとしてあるということは、数概念が計数法に密着した性質のものであるということの証左でもあることに、注意しよう。

2-6. 数概念の名辞化

既に述べたように、指計数は、その各段階の意識対象化と確認が曖昧さから免れているよう、数詞を声に出して言いながら行なわれたと考えられる。そして数詞のほうも、計数法そのものを描写・説明するコトバであることによって、計数のこのやり方に適したものになっている。しかし、

このような数詞が有効なものも、計数の熟達の結果、一つの数詞を言い終える前にその数詞に対応する計数操作が完了してしまふ、というようになるまでのことに過ぎない。(但し、言うまでもないことであるが、ここでの“計数の熟達”ということは、それを強化するような状況の出現を前提にするのであり、自ずと促進されていくというようなものではない。)

この新たな段階に達すると、次に起こるのは、数詞の記号化である。それは、数詞の簡単化の進行とともに、計数法を表わす意味が数詞から読みとれなくなっていく過程である。

計数尺度を用いた計数とは、計数の対象物の集合から一個一個をそれぞれ一度だけ抽出(分離)し、同時に計数尺度の目盛りを決まった順序につぎつぎと押えていくというものであったが、計数尺度の操作に熟達しそれを半ば自動的に行なえる程になると、数詞を声に出して言うことによって計数の各段階の対象化を確実なものにするという行為に、過剰な部分が生じてくる。即ち、数詞を声に出して言うことは、いまや、主に計数の対象物の一つ一つの抽出の確認に必要なだけであって、計数操作全般(どの指を折るかといったことを含めた)をことさら意識対象化する必要はなくなるのである。例えば、[14, pp. 203, 204]でつぎのように紹介された N. N. ミクルホ=マクライ(ソビエトの民族学者)の報告は、この考えを裏付けるように思われる：

“バプア人のあいだで好まれているかぞえかたは、ビ、ビ、ビという音をたてながら掌の方に指を一本一本折っていくやり方である。‘5’までかぞえると、ibon-be(手)という。それから、samba-be(片足)、samba-bi(両足)となるまで、ビ、ビ、という音を繰り返しながら反対の指を折っていく。”

計数操作全般を、数詞を声に出して言うことによって対象化することが実質的に過剰なものとなっているということは、単に計数の行為に無駄があるということの意味するだけでなく、円滑な計数が阻まれていることを意味する。というのも、計数のこの発達段階では、(計数操作を説明するコトバとしての)一つの数詞を言い終えるより早

く、つぎの段の計数操作へ移行する用意が完了してしまふからである。したがって、計数の行為者には、数詞の‘冗長’さというものが意識されるようになるであろう。

ここに現出した計数行為と数詞の形態の間の矛盾は、しかし、叙述的な数詞が簡単・省略化され、終にはももとの意味が辿れない単なる記号としての短い語と化す——特に、‘10’以下の数詞の場合に——ことによって、解消されることになる。

さて、このように数詞が計数尺度操作との意味的な結びつきを失い、その言いまわしが簡単になると、今度は、計数尺度を用いることの方が、計数における過剰性として、顕在化してくると推察される。というのも、位取り表現の案出などもあって、数詞の系列をコトバそのものの系列として記憶しかつ再生することが次第に可能になると、計数の対象物を一個一個抽出する度毎に数詞を順次単に唱えていくことが、最も簡単かつ適切な計数法となるからである。そして、数は、‘計数尺度’という物質的な裏付けを終には完全に失うことで、‘名辭’として抽象的に存在する新たな意識対象に変わるのである。

この段階に至ると、数詞が或る身体用語と同じ（例えば、‘5’=‘手’のように）であっても、それは、単に外形が同じというだけのことである。両者は意味的に既に無関係であるために、以後、別々の歴史的な変貌を遂げていく。もとは身体用語であった数詞が今は独立な語としてあるのは、このような理由によるのである。

結 語

数概念の人類史的変遷を問題にした本研究の結論は、数概念の歴史的変容が、概念内容が単に補足的に追加されていくというようなものではなく、逆に、〈dialectic〉な‘発展’過程だということである。また、その‘発展’の過程は、一個人の内的経験として自然に実現されるようなものではなくない。そこで、この結論を社会的シュエマ一般に敷衍することによって、各社会的シュエマの構造がそのシュエマの歴史を直接反映するものではないこと、および、各々のシュエマの形成が相対的——“普遍的”に対する意味で——な認知現象でし

かないこと、またその意味で、各シュエマが相対的なものでしかないということが、推察される。

このような認識に立つとき、特に、シュエマ形成のための自律的な心的メカニズムといったものを認めて定向的な認知発達過程としてシュエマ形成を決定論的に捉える Piaget 的な発想や、あるいは Descartes 的な生得観念の概念は、退けられるべきものである。そして、実際、シュエマ形成は、所与の状況に依存的な学習過程として理解されなければならない。このとき、各シュエマ形成が相対的な認知現象でしかないことは、所与の状況の相対性からの当然の帰結として、理解される。

上の結論の教育論的な含意は、シュエマの教授プログラムに絶対的なものは原理的にあり得ないということ、そしてこの意味で、シュエマの教授方法はあくまで〈オープン〉だということである。実際、最早、学習者の心的メカニズムにも、シュエマの歴史にも、シュエマの教授プログラムを決定づける根拠を求め得ない以上、シュエマの教授プログラムの作製において本質的に留意されるべきは、レディネスを如何に変化させていくかということであるが、このような規準で作製されるプログラムもなお、絶対的なものとはならないのである。何故なら、シュエマの分析——再構成には様々な方法があり、しかもそれぞれの方法に応じて別々の教授プログラムを立てることが、原理的に可能だからである。しかし、この点の詳しい議論は、別の機会に譲らなければならない。

最後に、広く読者の批判を仰ぎたい旨をここに記して、稿を終える。

本稿の作成にあたっては、能田伸彦先生（筑波大学）から親切なご指導、助言を賜った。ここに記して深謝の意を表します。

引用文献

- [1] 千野英一：“数——文法的カテゴリーとしての”。言語生活, 1973, 11月, pp. 43—51.
- [2] Brunschvig, L.: Les étapes de la philosophie mathématique, Paris: Librairie Félix Alcan, 1929 (1912).
- [3] Conant, L. L.: The number concept: Its origin and development, New York: MacMillan & Co., 1896.

- [4] Dixon, R. B., & Kroever, A. L. : Numeral systems of the languages of California. *Amer. Anthropol.* 9 (1907), pp. 663-690.
- [5] Eells, W. C. : Number systems of the North American Indians. *Amer. Math. Month.* 20 (1913), pp. 263-272, 293-299.
- [6] Ferster, C. B. : Arithmetic behavior in chimpanzees. *Scientific Amer.* 210 (5) (1964), pp. 98-106.
- [7] Hymes, V. D. : Athapaskan number systems. *International J. Amer. Linguistics*, 21 (1955), pp. 26-45.
- [8] 市川三喜, 服部四郎(編) : 世界言語概説(下巻), 研究社, 1955.
- [9] 泉井久之助 : “数詞の世界”. *言語生活*, 1973, 11月, pp. 14-24.
- [10] ——— : マライ=ポリネシア諸語, 弘文堂, 1975.
- [11] Jespersen, O. : *The philosophy of grammar*, London : George Allen & Unwin Ltd, 1968 (1st published in 1924), (半田一郎訳 : 文法の原理, 岩波書店, 1958).
- [12] Levy-Bruhl, L. : *Les fonctions mentales dans les sociétés inferieures* (5me ed.), Librairie Félix Alcan, 1922, (山田吉彦訳 : 未開社会の思维, 小山書店, 1941).
- [13] 宮下英明 : “子どもの空間認知と Piaget の ‘topologie’ についての一考察”. *数学教育学論究* vol. 36 (1980, 3月), pp. 1-16.
- [14] パンフィロフ, V., 伊豆原洋子訳 : “思考と言語のカテゴリー”. *社会科学* 第2号 (1973), pp. 198-215.
- [15] Piaget, J. : *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchatel & Paris : Delachaux, 1941, (遠山啓, 銀林浩, 滝沢武久訳 : 数の発達心理学, 国土社, 1962).
- [16] Salzmann, Z. : A method for analyzing numerical systems. *Word* 6 (1950), pp. 78-83.
- [17] Seidenberg, A. : The diffusion of counting practices. *Univ. of California Publ. in Math.* 3 (4), 1960, pp. 215-300.
- [18] 白鳥庫吉 : “日本語の系統——特に数詞に就いて——”. 白鳥庫吉全集, 第2巻, 1970 (原載 : 岩波講座 “東洋思潮”, 1936).
- [19] Struik, D. J. : *Stone age mathematics*, Sci. Amer. 179 (Dec., 1948), pp. 44-49.
- [20] Swadesh, M. : *The origin and diversification of language*, Aldine Atherton, 1971.
- [21] Thomas, N. W. : Bases of numeration. *Man* 17 (1917), pp. 145-147.
- [22] Tylor, E. B. : *Primitive culture*, vol. 2, New York : Gordon press, 1974 (Reprint of the 1871 ed, published by Murray, London).

参 考 文 献

- 荒木一雄 : “英語の性と数”. *言語* 7 (6) (1978), pp. 20-25.
- Dewey, J. : Review of “The number concept : Its origin and development” by Levi L. Conant. In *The early works of J. Dewey, 1882-1898*, vol. 5, Southern Illinois Univ. Press, 1972, pp. 355-358.
- Gleason, H. A., Jr. : *An introduction to descriptive linguistics*, Holt, Rinehart & Winston, Inc., 1961 (1955), (竹村 滋, 横山一郎訳 : 記述言語学, 大修館書店, 1970).
- Gregersen, E. A. : *Languages in Africa : an introductory survey*, New York : Gordon & Breach, 1977.
- 池上喜八郎 : “数觀念の発達に関する研究の概観 I—民族心理学ならびに比較心理学的考察”. *新潟大学教育学部高田分校研究紀要* 2 (1958), pp. 29-40.
- 泉井久之助 : 印欧語における数の現象, 大修館書店, 1978.
- Kant, I., 篠田英雄訳 : 純粹理性批判, 岩波文庫.
- 川本崇雄 : “日本語の数詞の起源”. *季刊人類学* 6—2 (1975), pp. 41-58.
- Meillet, A. et Cohen, M. (direct.) : *Les langues du monde* (2 me ed.), Paris, 1952.
- 宮岡伯人 : エスキモーの言語と文化, 弘文堂選書, 1978.
- Platon, 藤沢令夫訳 : 国家, 岩波文庫.
- Schmidl, M. : *Zahl und Zählen in Afrika*. *Mitt. d. Anthro. Ges. i. Wien*, 45 (1915), pp. 165-209.
- 白鳥庫吉 : “日・韓・アイヌ三国語の数詞に就いて”. 白鳥庫吉全集, 第2巻, 1970 (原載 : 史学雑誌, 第20編, 第1, 2, 3号, 1909).
- 田辺振太郎 : “数の認識について I”. *数理科学* No. 166 (1977, 4), pp. 69-77.
- Welmers, W. E. : *African language structure*, Univ. of California Press, 1973.
- Zaslavsky, C. : *Africa counts, number and pattern in African culture*, Boston : Prindle, Weber & Schmidt, 1973.

On the Transition of the Number Concept in the Human History

—As a basic study for the investigation of the meaning
of the mathematical ‘cognitive forms’—

Hideaki MIYASHITA

(Abstracted)

In order to establish the pedagogy of mathematics as a true science, we must begin with placing it on a firm foundation. In this paper the author, intending to approach this problem, spotlights the issue of “the meaning of the cognitive forms (schemes)” which is fundamental in the both problems of “the epistemological meaning of mathematics” and “the process of instruction/learning of mathematics”.

It is the transition of the number concept in the human history that is actually considered as the subject matter of this study. Needless to say, the history of the number concept is a subject of much interest in itself. The author, however, intends to make this study contain an implication about the mathematical schemes *in general*, not solely about the number concept. That is, he reposes this study as such that one could extract some fundamental implications about the epistemological meaning of the mathematical schemes and about the instruction/learning of these schemes.

The author intends to show the transition of the number concept in the human history as a *dialectic* process, and especially as one that is never realized as an individual’s internal experience. This fact insisted also implies that our number concept, though it seems fundamental on its face, is a relative one. Then we could not help imagining that the social schemes—the schemes accepted by the members of a society—in general are of

relative meanings.

The relativity of the mathematical schemes, which is implied by the relativity of the social schemes, concerns the above-mentioned problem of the epistemological meaning of mathematics and the problem of the instruction/learning of the mathematical schemes. As for the latter problem it is suggested from the relativity of the mathematical schemes that the instruction/learning of mathematical schemes is essentially irrelevant to the so-called ‘maturity’. But it is the ‘readiness’ that counts.

The author insists further that it follows as a natural consequence that each scheme is what is learned by itself from the beginning. And such learning is possible because one enters the learning of a scheme from the learning of a ‘representation’ of the scheme, that is, a ‘name’ of the scheme. In fact, it is in general not before one becomes acquainted with this ‘name’, say “A”, that one acquires the cognitive scheme for integrating segmental experiences concerning A. This conclusion suggests that it is effective and very important as a readiness-making to instruct ‘representations’ of schemes through a verbal instruction or a modeling. This view is contrary to Piaget’s.

The number concepts which this study concerns are those which appear in the context of counting, that is, the concepts of the number of objects. The comparison of numbers of objects by means of one-to-one correspond-

ence must be definitely discriminated from the counting, since the former stands without the concept of 'number'.

The author intends to recognize the origin of our number concept in such words as "alone" and "like eyes" used as metaphors of 'one' and 'two', respectively. Let those concepts be named "numbers as metaphors", though they are not numbers. This idea of "numbers as metaphors" is founded on the fact that the number concepts occurred as such that depend on objects to be counted.

The most primitive countings are of the method such that a set of objects to be counted is structured as a combination of some unit parts. And the corresponding number concepts are nothing but the counting schemata of this sort that are conceptualized. Primitive numerals such as '2 and 1', '2 and 2', or '1 and 1 and 3', '3 and 3', '4 and 2 and 1', correspond to such countings. Let both these countings and corresponding number concepts be called *combinatorial*.

As for the combinatorial number systems, it is not a usual case that they are of n -adic system for some fixed n . This phenomenon may be attributed to the difficulty in discriminating any two of schemes of combination from each other when the counting is a simple repetition of a unit operation. In fact, in this case, it surely becomes a problem to know what times the unit operation has been repeated.

Thus, in the case of the combinatorial number, every number needs to be given an expression with a distinctive feature. And, inevitably, the objectifiable numbers are limited.

The author does not think that the combinatorial counting is such a sort of counting as is done step-by-step. It would be done

at a time, if not cared about trial-and-error. Accordingly, the combinatorial counting is possible only when a small number of objects are to be counted.

Such stagnant situation was, however, overcome by the introduction of counting scales.

As is well known the most dominant counting scales are such that fingers of hands (and, occasionally, of feet) are the divisions. In this case the number concept is nothing but the symbolized concept of fingers. And, accordingly, the number system is of either a quinary, a decimal, or a vigesimal structure.

The numerals corresponding to the finger counting are originally such words or phrases as describe the counting process itself. It therefore seems that, in the first stage of the finger counting, one used the utterance of numerals as a help for grasping every aspect of the counting.

As one became habituated to this counting operation and also became able to do it half-automatically, then the wordiness of numerals was gradually felt cumbersome. There a simplification of numerals occurred. In this process numerals finally changed into mere symbolic words that could be considered by itself apart from actual countings.

After such change in quality of numerals, then changed the former counting method. Indeed, if the memorization and the reproduction of a sequence of numerals that are mere symbols is possible, then the easiest way of counting is to utter numerals each time one of the objects to be counted is pointed. Thus, in the new situation, the manipulation of the fingers that were divisions of a counting scale was a surplus action, and it actually became omitted. Here the number as a purely abstract object independent from any materials started to be conceptualized.