数学教育学者とは何か？

宮下英明　著

Ver. 2017-09-04

文中の青色文字列は，ウェブページへのリンクであることを示しています。

数学教育学者とは何か？

本書について

本書は，

http://m-ac.jp/

のサイトで書き下ろしている『数学教育学者とは何か?』を PDF 文書の形に改めたものです。

目次

0　導入

0.1　はじめに

0.1　はじめに

「数学教育学」は,「学」として見劣りがする。
見劣りは,「数学教育学者」自身認めるところである。
日本数学教育学会は「法人」格を「公益社団法人」と登録しており, 学会がふつう「一般社団法人」と登録するのとは違っている。 これは ,「数学教育学」の「学」としての弱体が根本の理由である。

「数学教育学」の学としての弱体は, 自閉することで見えなくなる。
弱体は見たくないものであるから,「数学教育学者」は自閉する。
自閉のなかで,「研究」は研究の体(てい)をなさなくなり, 学の体をなさなくなる。
自閉は, 研究・学の体をなさないことを自ら許すようになるからである。

「数学教育学」に入ってくる者にとって, これが「数学教育学」の所与になる。
自閉は, ポジティブフィードバック・ループになる。
自閉は自閉を強くするのみである。

そこで, 本テクストを以て, ネガティブ・フィードバックを試してみることにした。

体裁を, **「数学教育学者」への**ネガティブ・フィードバックとした。
タイトルを『数学教育学者とは何か?』にして,《これだから「数学教育学者」はだめなんだ》という内容を, それぞれの章に配置した。
このスタイルがわかりやすかろうと考えたからである。

ただし, 章の標題は婉曲な言い回しに変えている――《数学教育学者たらんとする者は, 落とし穴を知っている》というふうに。

1 「数学教育の意味をわかっていない」を知る者

1.1　＜数学の力＞

1.1.1　数学教育の理由は，＜数学の力＞

「数学教育」は，数学を教えることに意義を措いている様である。
そこでは，数学をナンボのものとしているわけである。
その「ナンボ」が問われるとき，何と答えるか。
＜数学の力＞であるのみである。

数学の学習は，＜数学の力＞を摂取することである。
それは，日常語の学習が＜日常語の力＞の摂取であるのと同型である。

ひとは，日常語を学習することで，知らずにすぐれた論理学者になる。
助詞の「は・が・も」を使って「私は・私が・私も」を言うようになることは，つぎの論理形式の区別を身につけたことである：

命題 P(x) に対する，

P(私)	I do.
$\{ x \mid P(x) \} = \{ 私 \}$	It is I that do.
$私 \in \{ x \mid P(x) \}$	I am one of those who do.

知らずにすぐれた論理学者になっているというのは，＜日常語の力＞である。

日常語学習と同様に，ひとは数学の勉強によって，知らずにすぐれた何かになっている。
知らずにすぐれた何かになっているというのは，＜数学の力＞である。

1.1.2　数学教育のゴールは，生徒の「わかった！」

数学の学習は，＜数学の力＞の摂取である。
ひとは数学の勉強によって，知らずにすぐれた何かになっている。
知らずにすぐれた何かになっているというのは，＜数学の力＞である。

数学教育は，数学学習を実現しようとする営みである。
数学教育のゴールは，数学学習の実現である。
それは，生徒の「*わかった！*」である。

数学教育で求めるものは，生徒の「*わかった！*」であり，これ以上のものは無い。
一方，数学教育学者は，「上位目標」で数学教育をいじろうとする。
＜数学を教える＞が既に成っているような口ぶりである。
しかし＜数学を教える＞の現実は，つぎのとおりである：

> 《生徒は，数学の授業がわからない》
> 《授業者は，数学の授業・わかる授業ができない》

こうして数学教育学者は，数学教育の攪乱をやっているだけという趣になる。
彼らがこんなふうになるにおいては，いろいろなダイナミクスが働いている。
しかし根本は，「数学の力」「すぐれた何かになる」の概念を彼らが持っていないということである。

1.2　自由主義

1.2.1　数学教育は ,「出口」を立てない

数学教育学者は，数学教育を「飼育→市場」のように考える：

> 市場に出す規格を，「出口」論として論ずる。
> 規格を実現するための飼料開発を，「教材開発」論として論ずる。
> 品種改良を，「教授/学習」論として論ずる。

どうしてこのようになるのか。
このようにしか数学教育を考えられないから，ということになる。

実際，数学教育を考えることは，難しい。
数学教育は，「飼育→？」のようになるからである。
この「？」を考えることが難しい。

数学教育に対する「飼育」のアナロジーは，間違っていない。
実際，数学教育の問題は，数学の授業を教室で受ける生徒が飼育動物のようではないということである。

飼育動物にとって，餌は空腹を満たすために食べたいものである。
餌に自分の方から寄っていく。
数学の授業の理想は，生徒がこのようになることである。
しかし，現実は，生徒は数学の授業を嫌うようになっていく。
授業者が，数学の授業・わかる授業をできないためである。
わからない授業を強いられる生徒は，当然その科目を嫌う者になる。

翻って，わかればおもしろくなる。

わかる授業は，おもしろい授業になる。
授業は ,「*授業とは何か？*」みたいに考えるものではない。
「*どのような授業がわかる授業か？*」と考えるものである。

さて，数学教育が「飼育→市場」でないのは，鳥が子どもにする餌やりが「飼育→市場」でないのと同じである。
数学教育の「飼育→？」の「？」は，鳥の餌やりを「飼育→？」と見たときの「？」と同じものである。
その「？」は，「世界」である。

数学教育学者が「出口」論を立てるのは,「市場」が彼らの「世界」になっているからである。
人を，「世界内存在」ではなく，「市場内存在」即ち「商品」として見てしまう。

「商品」として見るとは，規格品として見るということである。
一方，「世界内存在」としての人は，消極的には規格を裏切り，積極的には規格を無視・拒否する者である。
なぜ，規格を裏切り，無視・拒否する者なのか。
それが，生物の＜生きる＞だからである。

規格は規格外をつくり，規格外になった者はニッチを求める。
生物の系は自己更新――「進化」――する系であり,《ニッチを求めそして実現する》の不断が「進化」の内容である。

1.2.2 「進化」——自己更新

数学教育は，個の「成長」を「進化」のように見ることになる。

「成長」はゴールへの到達ではなく，非決定的な自己更新である。
数学教育は，＜非決定的な自己更新＞のモーメントとして係わる。
あくまでもモーメントであり，道——何かに至らせる道——ではない。

1.2.3 「デモクラシー」

数学教育は，「飼育→世界」の「世界」を，「開いている」のように考えていることになる。

「開いている」の考え方は，商品経済と符合している。
実際，商品経済の哲学は ,「開いている」の哲学になる。

「開いている」の哲学は，「デモクラシー」である。
文献を挙げるなら，J.Dewey の "*Democracy and Education*" (1916) となる。

J.Dewey "*Democracy and Education*"
Chapter Seven : The Democratic Conception in Education

> To say that education is a social function, securing direction and development in the immature through their participation in the life of the group to which they belong, is to say in effect that education will vary with the quality of life which prevails in a group.
> Particularly is it true that a society which not only changes but-which has the ideal of such change as will improve it, will have different standards and methods of education from one which aims simply at the perpetuation of its own customs.
> To make the general ideas set forth applicable to our own educational practice, it is, therefore, necessary

to come to closer quarters with the nature of present social life.

……

Society is one word, but many things.

……

A democracy is more than a form of government; it is primarily a mode of associated living, of conjoint communicated experience.

The extension in space of the number of individuals, who participate in an interest so that each has to refer his own action to that of others, and to consider the action of others to give point and direction to his own, is equivalent to the breaking down of those barriers of class, race, and national territory which kept men from perceiving the full import of their activity.

These more numerous and more varied points of contact denote a greater diversity of stimuli to which an individual has to respond; they consequently put a premium on variation in his action.

They secure a liberation of powers which remain suppressed as long as the incitations to action are partial, as they must be in a group which in its exclusiveness shuts out many interests.

（ダウンロードサイト：http://www.gutenberg.org/ebooks/852）

2「学校数学の実際を考えていない」を知る者

2.1　学校数学の数学

2.1.1　オーソドックスな分野・主題構成

数学は，演繹的な理論構成の体系である。
この種の体系は，分野・主題の構成が自ずと一定の形に収まるようになる。

学校数学は，この構成の選択的流し込みになる。
選択の基準は，「重要」「基本的」である。

「重要」「基本的」の認識は，実際上，任意･恣意というふうにはならない。
これも，数学の特徴である。
こうして，学校数学は，自ずとオーソドックスな分野・主題構成へと熟成していく。

現前の学校数学は，熟成した学校数学である。
熟成に十分な時間を経過して，いまの形がある。

2.1.2　自己組織化臨界——新教材開発は無用

現前の学校数学は，熟成した学校数学である。
熟成に十分な時間を経過して，いまの形がある。

「十分な時間を経過して，いまの形がある」は，「自己組織化臨界 self-organized criticality」(「砂山崩し」) の見方も可能である。
現前の学校数学は，《小崩落・大崩落を自己組織化の内容に包み込む》をメカニズムにした系維持が成っている相である。

実際，新教材開発は無用である。
それは，そのまま山の斜面を下にころがっていくか，既存のものをはじき出してそれと入れ替わるだけである。
あるいは，最悪，珍奇な新教材投入がきっかけで大崩落が起こり，復旧のプロセスがこれに続く，ということでもある。
——山はそのままである。

そもそも教材は，十分に練られてきた教材を，小・中・高，代数的・幾何的・解析的・確率的というふうに，複数のレベル，枠組から何度も取り上げるというのが，最善なのである。
これが数学——形式・構造の学——の「わかる」のかたちであり，そしてこのかたちが学習者にとっても「わかる」に専心できてラクなのである。

一方，数学教育学者は，これの真逆をやる傾向がある。
なぜか。

彼らは，「オリジナリティー」で自分の存在理由を立てねばならない者である。
しかし「オリジナリティー」は困難なので，彼らは<新奇>を「オリジナリティー」に代える。
こうして，わけのわからない，あるいは面倒くさいテーマを，教材として提起する者になっていく。

2.2　生徒の学習困難

2.2.1　教員に「数学の授業・わかる授業」は無理

数学の授業･わかる授業は，数学がよくよくわかってできることである。
数学教員は，数学がよくよくわかっている者ではない。

数学教員のキャリアは，素人から開始する。
数学教員の専門技能は，オン・ザ・ジョブで向上させていくことになる。
しかし，教員の仕事は過密である。
「数学がよくよくわかっている者になる」は悠長なはなしであり，後回しにされ，結局捨てられる。
数学教員は「数学の授業・わかる授業」に対して未熟なままである。
ひどい授業をやって過ごすが，それはどうひどいかがわからないためである。

→「学校数学教員」論

2.2.2　数学は，もともと勉強がたいへん

数学のテクストは，斜め読みができない。
数学のテクストは，ことば・記号の定義，与条件を正しく押さえ，推論のロジックを正しく追うという体勢でなければ，読めない。
きちんきちんと読まねば，わからなくなる。
とばしたら，わからなくなる。

数学のテクストを読むには，「*読むぞ！*」の覚悟・決断力と，読み進める持久力が要る。
この体勢は，つらいものである。
がまんが要る。
小学校低学年の生徒が「算数」を嫌いでないのは，まだ遊びでできるからである。
上級に進むにしたがい，こうはいかなくなる。

「数学はたのしい」を言う者は，「数学に向かう体勢はたのしい」まで言わねば，無責任である。
数学の勉強は，がまんである。

2.2.3　学習内容が多い

学校数学は，内容が盛りだくさんになる。
実際，生徒全員がついていける内容は算数の低学年レベルということになるから，それより上に進ませようとしたら「盛りだくさん」になる。

学校数学は , ついてこれなくなったところで，ドロップアウトさせる。
まだまだ登れる者に対して「これでお終い」にするのはもったいないので，到達点は高めにとられる。
学校数学は ,「選択」である。

学校数学は ,「選択」の他ではない。
「*一人ひとりを大事にする教育*」にはならない。
「コスト・パフォーマンス」の経済ダイナミクスは，「ドロップアウトさせる」を学校数学の形にする。

Cf. 数学の専門書は,「どこまで読んだ」がふつうの「読んだ」である。
「最後まで読んだ」は，お見事ということになる。
翻って, 数学の専門書は「ドロップアウトさせる」で書かれている。

2.3　空回りする「数学教育研究」

2.3.1　新奇な教材の提起で自己主張

「数学教育学者」は，当たり前のことを言っていては，存在理由が立たない。
彼らは，新奇を提起することを自分の存在理由にする者になる。

「当たり前のこと」とは，「わかる授業」を課題にすることである。
学校数学で，生徒は学習困難の状態にある。
教員は数学の授業・わかる授業ができない。
数学教育の課題は，この状況をどうにかすることである。

しかし，新奇の提起を自分の存在理由にする「数学教育学者」は，新奇な教材の提起で自己主張する者になる。
これは，《教授/学習が困難な状態の現行教材に，このうえさらに新奇教材を加える》の絵図になる。
当然，その論は空回りの論になる。
——実際少なくともこの場合は，空回りで終わってくれないと困るわけである。

2.3.2　仲間で自足・自閉

「数学教育学者」は,「数学教育研究」において教育現場の課題から遊離する。
彼らの「研究」は,「空回りする研究」になる。

「数学教育学者」には, この空回りが見えない。
見えないのは, 教育現場を見ないからである。
どこを見ているのか。
仲間うちを見ている。

「数学教育学者」は, 自足・自閉組織の階層——ゼミから学会まで——の中に棲む。
この中にいると, 空回りを感じなくなる。
また, この状況が所与になる入門者の場合は, 空回りを端(はな)から知らない者になる。
彼らは, 仲間うちで「論文」を回して,「研究」をしているつもりになる。
仲間うちで「論文」を回すことを,「研究」にしていく。

3 「"*数学教育専門*"*を以て数学教育を攪乱している*」を知る者

3.1「指導・改革」の役に就く

3.1.1 「専門性」の表現を「指導・改革」にする

数学教育学者は，数学教育の専門家と世間から見なされる。
数学教育学者は，世間のこの見方に応える者でなければならない。
彼らは，「数学教育の専門家」を務める。

世間は，「専門家」に「助言者・指導者」の役回りを求める。
数学教育学者は，自分の生業上，世間のこの要求に応えねばならない。
彼らは，「助言者・指導者」を務めることになる。

「助言者・指導者」の務めは，習い性になる。
このとき彼らは「改革 (世直し)」を語る者になる。
数学教育学者は,「専門性」を「指導･改革」に表現する者になっていく。
並行して,「専門性」の元来の表現である「科学する」を, 閑却していく。

この状況で「数学教育学」に入ってくる者は，「専門性」の意味が「科学する」であることを端(はな)から知らない者になる。
「指導・改革」を研究スタイルにする者に，最初からなる。

「科学する」の閑却は，ポジティブフィードバック・ループになるというわけである。
「科学する」の閑却は，強化される。

3.1.2　トップダウン思考

数学教育学者が「指導･改革」の役回りに慣れることは, 数学教育をトップダウン・モデルで考えるようになるということである。
「指導・改革」は, トップダウン・モデルで考えるのが, 考えやすいからである。
実際, 「トップダウン」は, システムの考え方として, ひとによく馴染んでいる。

システムの考え方としてのトップダウン・モデルには, ネットワーク・モデルが対置される。
そして数学教育の捉えは, ネットワーク・モデルの方が当たっている。

「指導・改革」は, 「指導・改革」ゲームである。
一つのゲームは, 数学教育ネットワークの微小領域の出来事である。
ノードの発振がつくる波動は, 僅かな周辺ノードへの伝播で止む。
ネットワークのノードの大多数は生徒であるが, これに伝播するものではない。

ネットワーク・モデルは, ひとの「夜郎自大」を戒めるモデルである。
実際, このモデルに即くとき, 「助言者・指導者」は, ＜格＞というものではなく, ＜時々の役回り＞であることがよくわかる。

3.1.3　偉人・烈士伝

歴史には, 偉人・烈士が登場する。
数学教育史も, 偉人・烈士が登場する。

偉人・烈士は, やがて登場しなくなる。
なぜか。

数学教育ネットワークは, 拡大する。
ネットワークが拡大すると, ノードである個は全体の中に埋没する。
埋没するとは, 見えなくなること, 発振が僅か周辺への波動効果で終わるということである。

偉人・烈士は, ネットワークが小さいとき成立する。
特に, これから数学教育が開始されるという時代に「専門」の役が回ってきた者は, みな数学教育の偉人・烈士になる。
この局面での「専門」の役回りは「偉人・烈士」の役回りと同じだからである。
「立場が人をつくる」というわけである。

3.2　攪乱

3.2.1 「指導」: 服従要求 → 攪乱

数学教育学者を，世間は数学教育の専門家と見なす。
彼らと対するときは，ポーズであれ，数学教育の専門家として遇する。
時には，数学教育の専門家として実質的に用いようとする。
即ち，助言・指導を求める。

数学教育学者が「指導」をパフォーマンスし，受け手が「指導」内容を行動しようとするとき，この動きは数学教育──系としての数学教育──の一定部分の攪乱になる。
攪乱は，いろいろな要素が積み重なって，かなり広範囲に及ぶこともある。
「数学的○○」(○○ : " 考え方 ", " 問題解決能力 ", " リテラシー ") のムーブメントは，このような場合である。

「指導」の攪乱は，＜服従要求＞が起こす攪乱である。
服従要求は，人をつぎの二様の混乱状態に置く：

a. 服従するか・しないか
b. 服従では，何をやったらよいのか

実際，服従要求に対し生ずるものは，この混乱の伝播である。
この混乱の伝播が，「攪乱」の内容である。

「数学的○○」の場合，混乱の伝播は授業者まで及ぶ。
数学教育にとってこの場合の最良のシナリオは，混乱が生徒との関係では「空回り」になることである。

しかし実際は，授業者の珍奇な授業によって，生徒まで混乱に付き合う羽目になる。

3.2.2 「改革」: 新奇提起 → 攪乱

数学教育学者は，数学教育専門としての格を外に示さねばならないと思う。
一般に学者は，専門としての格を「学術」で示そうとする。
しかし数学教育学者では，「学術」ではなく「改革の構え」で示そうとする傾向がある

「学術」は，行動に対してはこれの所以を探る。これは，行動に対し後ろにのめる構えである。
一方「改革の構え」は，「改革」に前のめりになって新奇を求める構えである。

新奇の提起は，これの採用を迫られる格好になる者を，攪乱する。
即ち，つぎの二様の混乱の伝播として：

a. 採用するか・しないか
b. 採用では，何をやったらよいのか

「指導」のときも「改革」のときも，《何をやったらよいのか》タイプの混乱が起きる。
こうなるのは，数学教育学者自身《何をやったらよいのか》を知らない体(てい)で，「指導」「改革」を言い出すからである。
丸投げ——「*自分が箱を示せば，他がこの中身を埋める*」——というわけである。

4 「学術をわかっていない」を知る者

4.1 論文の体（てい）

4.1.1　情況：研究の劣化

数学教育学は，業績主義に従う。
大学院の数学教育学専攻科は，学生に業績をもたせようとして，学会での論文発表を促す/課す。

数学だと，りっぱな論文を書く学生が出てくる。——実際，数学は若手が活躍する。
これは，数学が規範学（ルール・ゲーム）だからである。
数学教育学は，経験ベース experience-based である。
数学教育の実際を知らずに論文は書けない。
数学教育学で学生に論文を書かせることは，本来無理なことである。
業績主義は，この無理をさせる。

学会の論文発表は，学生会員の論文発表で「盛況」を呈する。
一方この「盛況」は，「研究劣化」の様（さま）である。

大学教員会員は，研究劣化の状況の中で安心・慢心するようになる。
研究劣化は，研究劣化を呼ぶ。
——研究劣化は，ポジティブフィードバック・ループになる。

4.1.2　論文の形(かた)：「定理・証明」

論文は，「定理・証明」が形である。

論文は，主張を立てる。
実際，論文は，主張を立てたいがために書くものである。
この「主張」が，「定理」である。

主張は，相手を説得せねばならない。
説得は，「理由づけ」という形で行う。
この「理由づけ」が，「証明」である。
「証明」には "proof" と "demonstration" の二つの意味があるが，実際「理由づけ」はこの二つを行うことになる。

「論文の体をなしていない」のおおもとは，「定理」をわかっていないことである。
「定理」は，定言である。
「……である」が，これの文体である。

論文の中で，「定理」の文言は最低５回出てくることになる。
「要旨」「はじめに」「研究の動機・ねらい」「結論」「おわりに」の５回である。
(自分の論文をチェックせよ)

　→『「卒論 / 修論作成」指南』「論文の構成」

4.1.3　論文には＜結論＞がある

論文は，結論に向かう構成になる。
冒頭で結論を予告し，結論を導く論を展開し，結論で締める。

これは，どんな内容でも同じである。
「作業」に対し「成果」を書く。
この「成果」が，「結論」である。

　　「調査」が内容だったら，「結果」を書く。
　　　この「結果」が，「結論」である。
　　「探査」が内容だったら，「発見」を書く。
　　　この「発見」が，「結論」である。

論文は，成果を書くものである。 ——成果のない作業を論文として書くということはない。
論文は，成果を「結論」に書く。
そして，「結論」の形は「定言」である。
「……である」が，これの文体である。

学生が書く「論文」は，たいてい結論 (定言) が無い。
これはどういうことか？
《書かねばならないから書く》の位相では，書くことが手段ではなく目的になる。
結論が無い「論文」は，目的の無い＜書く＞を表している。
(もちろんここには，「結論」の概念が端から持たれていないということ

もある。)

結論が無い「論文」は，本来「*何が言いたいんだ ?!*」が返されることになるが，これが今日では無くなっている。
結論が無い「論文」が論文として通用するようになっている。
実際，現前の「研究劣化」は，この種の＜ごく基本的なことの欠如＞が積み重なったものである。

4.2　学者とは科学者のこと

4.2.1「科学」とは

数学は，＜見方・考え方＞の開発と提供が役回りである。
科学も同じである。
「世界」の見方・考え方の開発と提供が，科学の役回りである。

「真理・真実」といわず「見方・考え方」というところが，要点である。
実際，科学が語る「真理・真実」は，メタファである。
（確認せよ）

見方・考え方は，理解・説明の形式である。
見方・考え方の開発が「理解」であり，開発した見方・考え方の提供が「説明」である。
科学は，世界の理解と説明が役回りである。

特に，数学教育学は，数学教育を「世界」とし，この世界の理解と説明を役回りにするものになって，科学である。

4.2.2　＜理解と説明＞

数学教育学は，数学教育に係わる/係わろうとする者が参照しようとするものである。
彼らは，数学教育を＜理解＞する仕方を，数学教育学から学ぼうとする。
彼らが求めるのは，＜説明＞である。

4.2.3　分析と帰納

科学の方法は，分析と帰納である。

分析は，現前を複雑と定め，＜複雑 → 単純＞の変換をすることである。
分析の方法は，「解体」である。

帰納はこれの逆で，＜単純 → 複雑＞の変換をする。
《どんな単純を定めたら，現前 (複雑) が再現されるか》という形で，現前を理解しようとするのである。
帰納の方法は，「シミュレーション」である。

分析と帰納は，相補的である。
そこで，これの一方を主張する構えは，イデオロギー (「主義」) になる。
要素還元主義は，分析を世界理解の方法にする主義である。
帰納を方法にしている「複雑系の科学」は，帰納一辺倒になれば主義になる。

数学教育学はこれまで，要素還元主義でやってきている。
ただし，表象主義の要素還元主義である。
一方，数学教育は複雑系である。
数学教育学のいちばんの弱さは，数学教育の「複雑」を主題化できていないことである。

4.2.4　べき論は ,「研究」ではない

数学教育学は，数学教育に係わる/係わろうとする者が，数学教育を＜理解＞する仕方をそこから学ぼうとするものである。
彼らが数学教育学に求めるものは，＜説明＞である。

数学教育学は，「こうであるべき」の＜指示＞を求める先ではない。
べき論は，数学教育学に属さない。

べき論が数学教育学に属さないのは，それが「最善」――すなわち「最適」――の先取をするものだからである。
科学だと，「動的であり進化する数学教育」を理解・説明しようとする。
「動的であり進化する」は，鳥の集団飛行のパターンがそれである。
その鳥の集団飛行のパターンは，「最適」の実現ではない。

鳥の集団飛行のパターンは，システムのダイナミクスの表出である。
科学は，システムのダイナミクスを理解・説明しようとする。
この理解・説明のなかに「最適」のことばが入り込む場所は無い。
システムのダイナミクスに「適応」のことばを用いる余地はあるかも知れないが，しかしその「適応」は「最適」の実現ではない。
それは，どこまでも「*暗闇の中の跳躍*」(註) である。

しかも，べき論はただ空回りするものである。
べきは，ボトムアップの形でもトップダウンの形でも実現しない。
なぜ実現しないか。
数学教育は，複雑系だからである。

べきの言う通りになびくものではない。
そもそも系は個とは異なる階層のものであるし，そして個にしても多様である。

べき論は「数学教育研究」として受け入れられているが，科学の「研究」ではなく，政策論である。
なぜ政策論か。
「べき」を以てこれを実現するのは，トップダウンの強権である。そして強権発動の根拠は，「政策」である。

政策は実現しない。
これは，「べき論はただ空回りする」の言い換えである。
実際，政策は，実現するのがよいのではなく，空回りするのがよい。
——空回りが「経済が回る」ということである。

べき論は，数学教育学に属さない。ただしこれは，べき論が数学教育学の主題にならないということではない。
べき論は，メタ論にすることで数学教育学の主題になる。
——「数学教育は複雑系であるから，べきは実現されない」「べきが実現されるのは，数学教育がこんな系になっている場合である」のように。

註： Kripke, Saul A. *Wittgenstein on Rules and Private Language: An Elementary Exposition*, Basil Blackwell, 1982.
黒崎宏 [訳]『ウィトゲンシュタインのパラドクス——規則・私的言語・他人の心』, 産業図書 , 1983.

> p.108.
> 何らかの語で何らかの事を意味している，といった事はあり得ないのである。語について我々が行う新しい状況での適用は，全て，正当化とか根拠があっての事ではなく，暗闇の中における跳躍なのである。如何なる現在の意図も，我々がしようとする如何なる事とも適合するように，解釈され得るのであり，したがってここには，適合も不適合も存在し得ない。

ここでは「語について我々が行う新しい状況での適用」のはなしになっているが，これは「通常の実践あるいは確信」へ一般化される。

4.3　数学教育学/科学が成立する形

4.3.1　通時形と共時形：「進化学・生態学」

数学教育の＜理解と説明＞は，複雑系の＜理解と説明＞というふうになる。

複雑系の複雑系たる所以は，「自己組織化」と「進化」である。
「自己組織化」と「進化」が，複雑系科学で謂う「創発」を現す。
数学教育の複雑は「創発」構造であるから，分析（「要素還元」）の方法でわかるものではない。

そこで数学教育学の方法は，進化学である。
これは「数学教育史研究」として数学教育学の一部でやられてきたことになるが，「数学教育史研究」はふつう思われているよりはるかに重要な意味がある。
「数学教育史研究」は, 数学教育という系の「自己組織化」「進化」「創発」を研究するものである。
それは結局，数学教育学のすべてである。

系の進化をある時点ｔで切断する。
現れる断面は，ｔにおける系の要素のネットワークである。
数学教育学は，進化学の一部として，これを特に研究するという形も成り立つ。
これは，進化学を通時形としたときの，共時形である。
そして「生態学」のことばが，この研究方法論に当てはまる。

4.3.2　現成論

系は，進化している系である。
「進化」の内容は，自己組織化による自己更新である。
「自己更新」の内容は，その時点のリーズナブルの実現である。
系は，瞬間瞬間，その時点でのリーズナブルを成している。
系の現前は，「現成」である。

数学教育学が科学にならないのは，この認識を欠くためである。

科学は，現前を「現成」と定め，「現成」の法則を探ろうとする。
一方, 数学教育学は, 現前を「欠陥」と定め,「改革案」をつくろうとする。
改革は「現成」の認識の上の改革なのであるが，数学教育学はこれをわかっていない。
「現成」の認識がないから，現前のとらえがどうしようもなく軽いのである。

系の現前は，系の生命力の現前である。
その生命力のもとは，系の中の個/種の多様性である。

翻って，系は個/種の多様性を実現しようとする。
数学教育学の「現成」に見るべきは，これである。

生物の進化は，個/種の多様性の実現である。
個/種の多様性を実現するために，自然は「選択」を用いる——「自然選択」。

数学教育もこれと同じである。
数学教育の進化は，個/種の多様性の実現である。
そして個/種の多様性を実現するために，数学教育は「選択」を用いる。

即ち，学校数学は，一般生徒が学習できる程度を超える内容に設定される。
進級は，生徒がだんだんとドロップアウトしていく過程である。

ヒューマニスト，平等主義者なら「選択」に反対するところだが，それは間違いである。
「選択」で起こっていることは，彼らが思っているような「特定種偏重」ではない。
起こっていることは,「個/種の多様化」である。

生物進化における「自然選択」は,《個が多様な仕方でニッチを求めることを強いられる》がこれの中身である。
個/種の多様化は,《多様な仕方でニッチを求める》のたまものである。
さて，得られたニッチは，結果的に「選択肢」であったことになる。
「選択」とは,「選択肢を択らせる」なのである。

＜生きる＞の敷居が低い系は，独占種を生む。
＜生きる＞の敷居が高過ぎると，ほんの僅かの種しか生きられない。
多くの個/種——即ち，多様な個/種——が生きることができるのは，この中間である。
そしてこの中間を実現するメカニズムが,「選択」である。

生態系は，この中間を実現しようとする——即ち，実現する方向に進化する。

教育も同じであり，現前はこの中間の実現になっている。——現前は現成である。

5　閉じ

5.1　おわりに

5.1　おわりに

数学教育学とは，数学教育をわかろうとする学である。
一方「数学教育学者」は，数学教育を＜わかろうとする対象＞に据えていない様である。
数学教育は彼らにとって，いじる対象の如くである。

「数学教育をわかろうとする」のいちばんのカテゴリーは，「数学教育がなぜこのようであるかをわかろうとする」である。
「数学教育学者」が数学教育をわかろうとする対象に据えないのは，数学教育に対する「ある法則のもとに変化しているダイナミックな系」の認識が無いためである。

数学教育と数学教育学の違いは，後者が科学だということである。
科学は，結局物理学である。
この物理学のスタンスが，数学教育学ではスッポリ抜け落ちている。

また，数学教育の問題には，これを解く方法が「研究」になるものと，そうでないものがある。
例えば，「どう教えたら生徒はわかるようになるか」は，「研究」で解けることではない。
実際に授業することで解けることである。
数学教育学は，出る幕でないところに出てくることで，安っぽくなる。
「教材開発」も，「どう教えたら生徒はわかるようになるか」をこれの意味にするときは，数学教育学者の出る幕ではない。

数学教育物理学に関心のない「数学教育学者」は，ではどんなことに科学を感じているか。
例えば, スキーマがどうのストラティジーがどうのの「認知科学」である。

「認知」がスキーマがどうのストラティジーがどうのでないことは，自分の数学の勉強を観察すればわかる。
数学教育学の主題になる「認知」は，スキーマがどうのストラティジーがどうのの類ではない。

スキーマがどうのストラティジーがどうのとやり出すのは，物理学の感覚を欠いていることが原因である。
虫の行動を観察せよ。
特に，こちらの作用に対しどう反応してくるかを観察せよ。
虫は，いかにも思案して行動しているように見える。
スキーマやストラティジーが働いているように見える。
しかし，脳の神経ネットワークモデルや虫の脳の容量・特徴に思いを致すことができれば，そんなはずのないことがわかる。
この場合は，基本的な反応が合わさることで「知性」に見えるものが現れてくるということである。

数学学習の「認知」も，このようなものである。
それは，アタマが勝手に動き出すというものである。
どうすべきかをアタマに教えるアタマは存在しない。
勉強は，勝手に動き出してくれるアタマをつくる営みである。
数学教育学/科学として「認知」をやるとは，このようなレベルでやることである。

辞書を引き引き，ことばの含意関係図をそのままスキーマやストラティジーの系統図に写すというのは，数学教育学ではない。

数学教育学は，科学としてやることが山ほどある。
しかし「数学教育学者」は，それはしない。
難しいからである。
難しいから，安直に流れる。
しかし，例えば自然科学系の研究者がどんなふうであるかを考えるとよい。
面倒で先の見えない作業を忍耐強くやっている。
彼らは難しいことにチャレンジしている。
それが，科学するということだからである。

本テクストは，「数学教育学者」が安直であることを述べてきた。
それは，現状ではこの安直を知ることから数学教育学者であることが始まるからである。

註：本論考は，つぎのサイトで継続される (これの進行に応じて本書を適宜更新する)：

http://m-ac.jp/me/scholar/what/

宮 下 英 明 (みやした ひであき)
1949 年，北海道生まれ。東京教育大学理学部数学科卒業。筑波大学博士課程数学研究科単位取得満期退学。理学修士。金沢大学教育学部助教授を経て北海道教育大学教育学部教授 (数学教育専門)，2015 年退職。

数学教育学者とは何か？

2017-09-04　初版アップロード (サーバー：m-ac.jp)

著者・サーバ運営者　宮下英明
サーバ　m-ac.jp

http://m-ac.jp/
m@m-ac.jp